



APOSTILA PREPARATÓRIA PARA A

OBMEP

ORGANIZAÇÃO TIME VENN

NÍVEL 1 FASE 2



original TIMEVENN

Prezados;

A melhor forma de fixar conhecimento e lapidar as dificuldades é por meio de exercícios. A presente apostila contém todos os problemas da OBMEP da fase e do nível especificados na capa, organizados por ano de prova. Convido todos a “maratonarem” esses exercícios, tanto para se acostumarem com o estilo da prova, quanto para identificar suas maiores dificuldades pessoais, lapidando-as cada dia mais.

CONSELHOS PARA CONQUISTAR UMA MEDALHA

1 > Conferir seu desempenho na 1º fase

Realize provas da 1º fase até se sentir seguro. Uma pontuação entre 15 e 16 pontos é um bom indicador, mas não desanime caso não aconteça. Quando se sentir preparado, comece a resolver questões da 2º fase (não necessariamente já precisa ter passado a primeira). De qualquer forma, o segredo é não desistir; só conquista quem persiste.

2 > Otimize seu tempo

Seja íntimo das apostilas da 1º e da 2º fase. Aproveite cada intervalo de tempo livre: exercite no intervalo de uma consulta, depois de terminar um exercício na sala de aula... Aproveite todas as brechas para exercitar; de pouco em pouco você verá o quanto valeu a pena.

3 > Observe seus pontos fracos

Perceba quais tipos de questões ou quais assuntos te levam mais recorrentemente ao erro e busque exercitá-los (sanando dúvidas e revisando o conteúdo). Estamos sempre aqui para ajudar e lembre-se: o erro é sempre a melhor forma de evoluir.

4 > Cuide da sua explicação

Para a segunda fase, é fundamental que você saiba explicar qual o raciocínio utilizou ao resolver o exercício, portanto aprenda a traduzir seus pensamentos com clareza, e, acima de tudo, organização. Quando for escrever, imagine que alguém que não sabe como resolver a questão precise entendê-la a partir de sua descrição e, dessa forma, você vai perceber que uma linguagem simples é muito melhor. Sempre confira suas respostas com o gabarito oficial ou peça que algum monitor ou professor corrija. Sintam-se à vontade para enviar qualquer dúvida no nosso instagram @timevenn, vai ser um prazer ajudá-los.

5 > Simule seu tempo

De tempo em tempo, separe um dia para simular as condições da prova. Separe um caderno desta apostila, um lugar que possa se concentrar e tente resolver as questões no

tempo que terá de fato no dia oficial. Esse passo é muito importante para que se acostume a solucionar as questões mais rapidamente.

6 >DESISTIR JAMAIS!

Mais importante do que uma medalha é o conhecimento e o crescimento pessoal adquiridos ao longo dos estudos, essa é a verdadeira conquista. Torne o processo prazeroso, divertido e desafiador. Confiamos em vocês e boa sorte em suas jornadas olímpicas!!

Esta apostila declara agradecimentos especiais aos seus contribuintes que, com esforço e dedicação buscam compartilhar o conhecimento; Gabriel Gomide, Gabriela Taniguchi, Luis Costa e Matheus Albeny.

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1

6º e 7º anos do Ensino Fundamental

2ª Fase - 19 de outubro de 2024

Nome completo do(a) aluno(a)						
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)						
Complemento (casa, apartamento, bloco)				Bairro		
Cidade					UF/Estado	CEP
Endereço eletrônico (e-mail)				DDD	Telefone	
Assinatura				DDD	Telefone (outro)	

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita usando-se lápis ou caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO

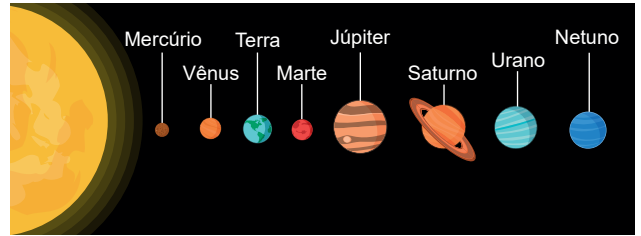


MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO



1. Cláudia disse para Marco: *Escolha um planeta da figura ao lado. Vou fazer quatro perguntas e descobrir o planeta que você escolheu. Você deve responder SIM ou NÃO a cada pergunta, na ordem em que eu perguntar. Você pode mentir em todas as respostas ou falar a verdade em todas as respostas. As perguntas são:*



1. O nome do planeta que você escolheu tem 5 letras?
2. O nome do planeta que você escolheu tem a letra F?
3. O nome do planeta que você escolheu tem as letras M ou S?
4. O nome do planeta que você escolheu tem a letra N?

a) Se Marco escolher Saturno e decidir sempre mentir, quais respostas ele deve dar? (Responda usando SIM ou NÃO).

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

CR

CN

b) Em qual pergunta é possível descobrir se Marco decidiu sempre mentir ou sempre falar a verdade?

CR

CN

c) Se Marco respondeu NÃO, SIM, NÃO, SIM, nessa ordem, qual planeta ele escolheu?

CR

CN

TOTAL

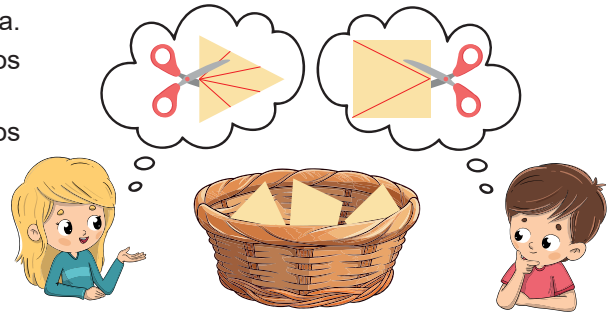
CR

CN

2. Ana e Pedro cortam pedaços de papel que estão em uma cesta.

- Sempre que Ana pega um pedaço, corta em cinco pedaços e devolve todos eles para a cesta.
- Sempre que Pedro pega um pedaço, corta em três pedaços e devolve todos eles para a cesta.

Inicialmente há três pedaços de papel na cesta.



a) Quantos pedaços de papel ficarão na cesta depois de Ana e Pedro pegarem um pedaço cada um e devolverem os pedaços cortados para a cesta?

CR

CN

b) Descreva uma maneira de Ana e Pedro pegarem, cortarem e devolverem todos os pedaços de papel da cesta para que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta fique com 11 pedaços.

CR

CN

c) Explique por que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta nunca ficará com 2024 pedaços após Ana e Pedro devolverem todos os pedaços cortados para a cesta.

CR

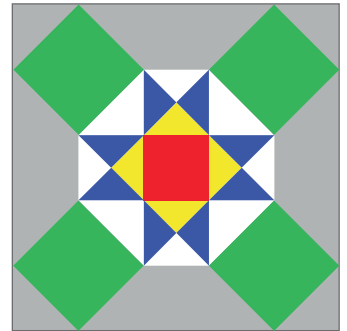
CN

TOTAL

CR

CN

3. A figura ao lado é formada por quadrados e triângulos. O lado do quadrado vermelho mede 2 cm. Os demais quadrados e triângulos têm lados paralelos a um dos lados ou a uma das diagonais do quadrado vermelho.



a) Qual é a área da região amarela?

CR

CN

b) Qual é a área da região branca?

CR

CN

c) Qual é a área da região cinza?

CR

CN

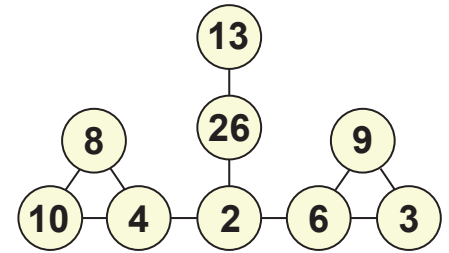
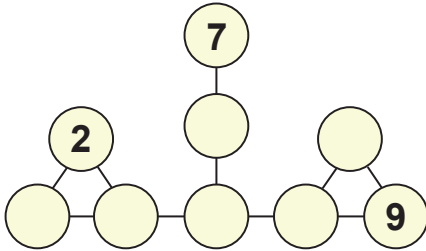
TOTAL

CR

CN

4. Os círculos do diagrama devem ser preenchidos com números naturais diferentes. Dois números escritos em círculos ligados por um segmento devem ter um divisor comum maior do que 1. Por exemplo, 8 e 15 nunca vão ser escritos em círculos ligados por um segmento. Ao lado temos um exemplo de preenchimento.

a) Faça um preenchimento para os círculos vazios abaixo.

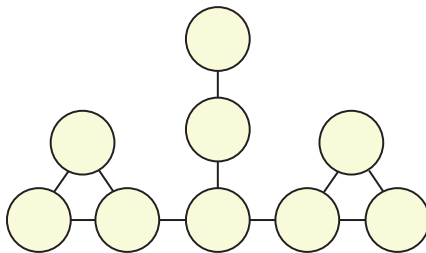


O conjunto dos números naturais é $\{1, 2, 3, \dots\}$

CR

CN

b) Preencha os círculos abaixo de modo que o maior número escrito seja 12.



CR

CN

c) Explique por que é impossível preencher os círculos de modo que o maior número escrito seja menor do que 12.

CR

CN

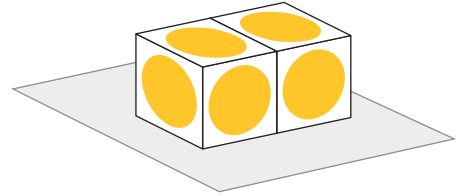
TOTAL

CR

CN

5. Janaína tem vários dados idênticos com faces numeradas de 1 a 6. Nesses dados, a soma dos números em faces opostas é sempre igual a 7. Ela cola alguns desses dados e coloca adesivos nas faces não coladas, inclusive nas faces que estão em contato com a mesa.

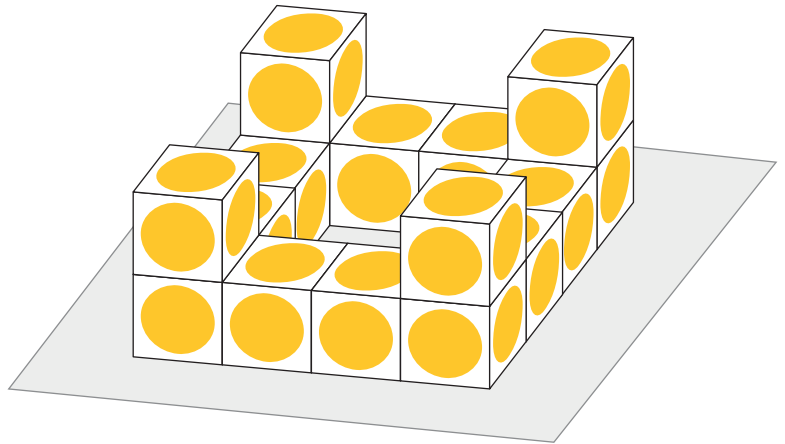
a) Qual é a menor soma possível para todos os números que foram cobertos por adesivos nos dois dados colados abaixo?



CR

CN

b) Janaína colou vários dados como mostrado abaixo. Quantos adesivos ela usou?



CR

CN

c) Na colagem de dados do item b), qual é a menor soma possível para todos os números que foram cobertos por adesivos?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

6. Uma tabela 4×4 , preenchida com os números 0 e 1, é *equilibrada* quando, somando os números em cada linha, obtemos todos os inteiros de 1 a 4, o mesmo ocorrendo com as somas dos números de cada coluna. Por exemplo, a tabela ao lado é equilibrada.

1	1	1	1	→ 4
1	1	1	0	→ 3
0	1	1	0	→ 2
0	1	0	0	→ 1
↓	↓	↓	↓	
2	4	3	1	

a) Preencha as tabelas abaixo de modo que elas sejam equilibradas, com as linhas e colunas tendo as somas indicadas.

				→ 4
				→ 3
				→ 2
				→ 1
↓	↓	↓	↓	
1	2	3	4	

				→ 2
				→ 4
				→ 1
				→ 3
↓	↓	↓	↓	
3	1	4	2	

CR

CN

b) Quantas são as tabelas equilibradas com a soma de cada linha indicada abaixo?

				→ 4
				→ 3
				→ 2
				→ 1
↓	↓	↓	↓	
?	?	?	?	

CR

CN

c) Quantas são as tabelas equilibradas?

CR

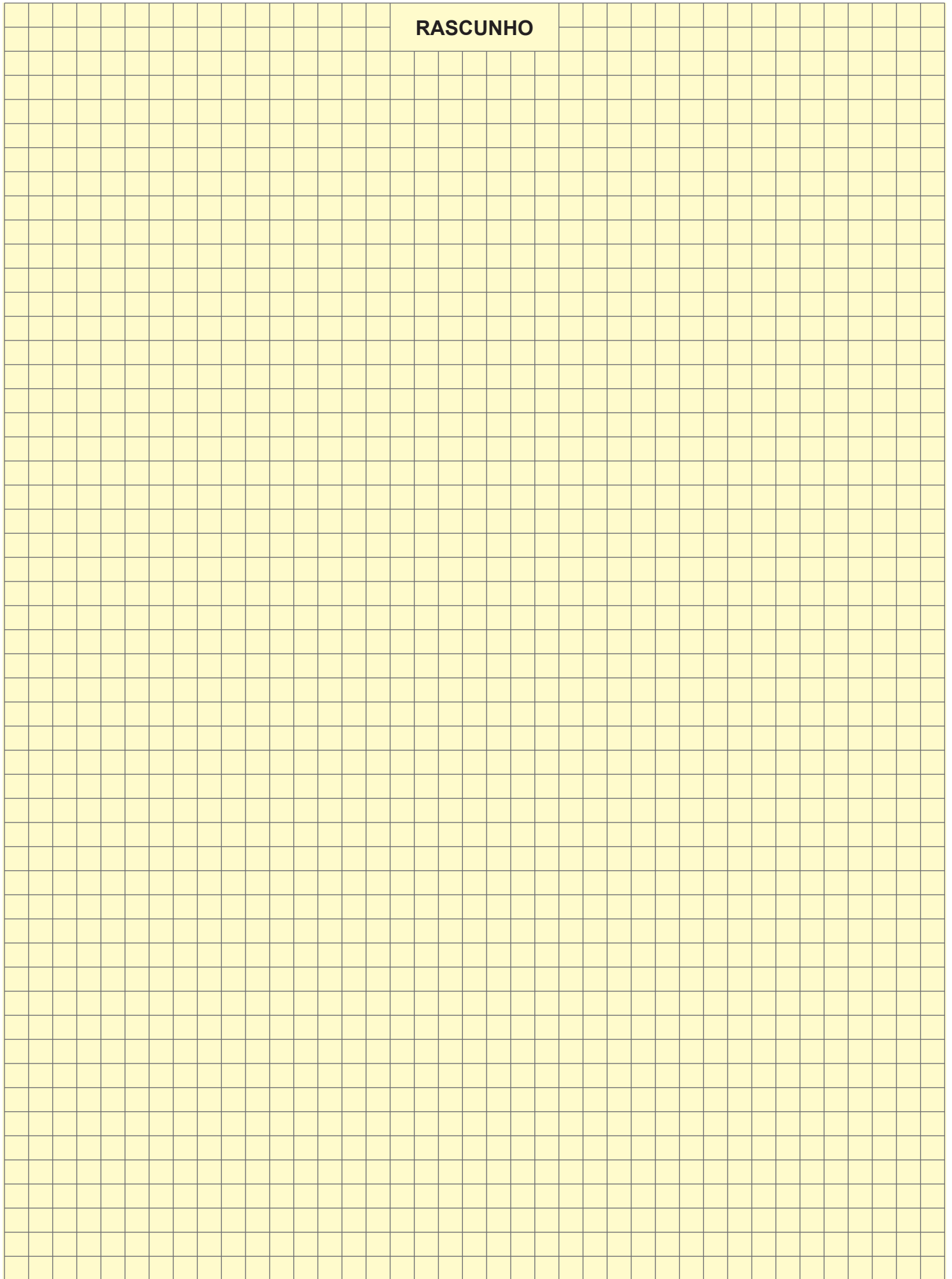
CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO



Nível 1

6º e 7º anos do Ensino Fundamental

2ª Fase - 07 de outubro de 2023

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) Bairro

Cidade UF/Estado CEP

Endereço eletrônico (e-mail) DDD Telefone

Assinatura DDD Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

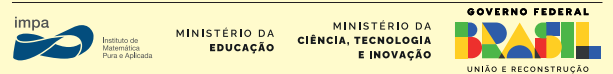
Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

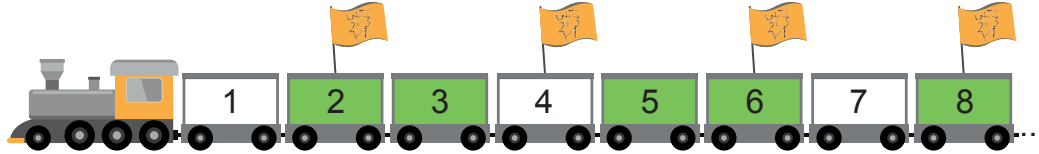
APOIO



REALIZAÇÃO



1. A figura mostra os primeiros vagões do tremzinho da OBMEP. O primeiro vagão é branco, seguido de dois verdes, depois outro branco, seguido de dois verdes, e assim por diante. Além disso, em cada vagão de número par há uma bandeirinha.



a) Qual é o número do primeiro vagão branco com bandeirinha após o vagão de número 8?

CR

CN

b) Qual é a cor do vagão de número 2023?

CR

CN

c) Quantas bandeirinhas há em vagões brancos até o vagão de número 2023?

CR

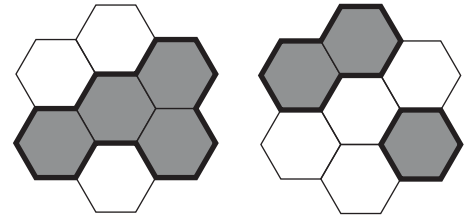
CN

TOTAL

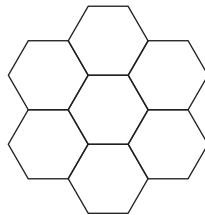
CR

CN

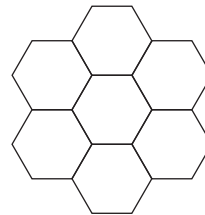
2. Em um tabuleiro, formado por sete hexágonos de lado 1 cm, podemos fazer figuras diferentes pintando de cinza um ou mais desses hexágonos. Dizemos que o perímetro de uma dessas figuras é o comprimento total de seu contorno. Por exemplo, as duas figuras ao lado possuem perímetros iguais a 16 cm.



a) Em cada um dos tabuleiros abaixo, pinte três hexágonos formando figuras com os perímetros indicados.



Perímetro 12 cm

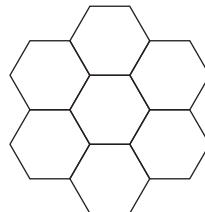


Perímetro 18 cm

CR

CN

b) Pinte quatro hexágonos no tabuleiro abaixo formando uma figura que tenha o maior perímetro possível.



CR

CN

c) Explique por que qualquer figura formada por hexágonos pintados tem perímetro par.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

3. Aninha tem nove cartões numerados de 1 a 9. Ela forma sequências com esses cartões colocando alguns deles lado a lado. Uma sequência de Aninha é chamada de *especial* quando, para quaisquer dois cartões vizinhos, o número de um deles é múltiplo do número do outro.

Sequência especial

3	9
---	---

Sequência especial

2	6	1	5
---	---	---	---

Sequência **não** especial

4	2	3
---	---	---

a) Apresente uma sequência especial com sete cartões começando com 6 e 2.

6	2					
---	---	--	--	--	--	--

CR

CN

b) Apresente uma sequência especial com oito cartões.

--	--	--	--	--	--	--	--

CR

CN

c) Apresente uma sequência especial com três cartões em que apareçam os cartões 5 e 7.

--	--	--

CR

CN

d) Explique por que é impossível formar uma sequência especial com os nove cartões.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

4. Carlinhos fez todas as adições possíveis com três parcelas diferentes, em que cada parcela é um número de três algarismos iguais, sempre colocando as parcelas em ordem crescente. Por exemplo, $222 + 555 + 888$ e $444 + 777 + 888$ foram adições feitas por Carlinhos. Ele não fez a adição $222 + 888 + 555$, pois as parcelas não estão em ordem crescente, nem a adição $444 + 444 + 777$, pois nela existem parcelas iguais.

a) Escreva uma adição que Carlinhos fez em que o resultado é 1332.

CR

CN

b) Escreva todas as adições que Carlinhos fez em que o resultado é 2109.

CR

CN

c) Explique por que 2109 é o único resultado das adições que Carlinhos fez em que o algarismo das dezenas é diferente do algarismo das centenas.

CR

CN

TOTAL

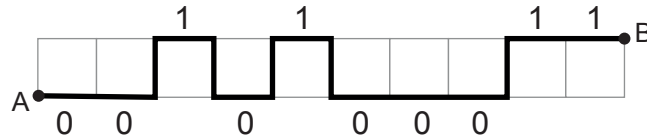
CR

CN

5. A formiguinha da OBMEP caminha do ponto A até o ponto B ao longo dos lados dos 10 quadradinhos da figura abaixo.



Ela só pode andar para a direita, para cima ou para baixo, sem passar por onde já passou. Para representar um caminho, ela inventou o seguinte código: para cada quadradinho, da esquerda para a direita, se ela passar por baixo, escreve 0 e se passar por cima, escreve 1. Na figura a seguir observamos o caminho representado por 0010100011.



a) Desenhe o caminho representado por 1001001100.



CR

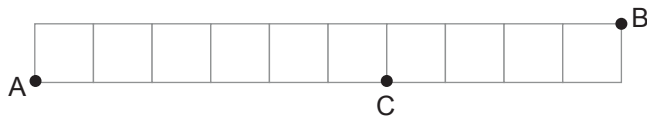
CN

b) De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode ir de A até B?

CR

CN

c) De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode ir de A até B passando pelo ponto C?



CR

CN

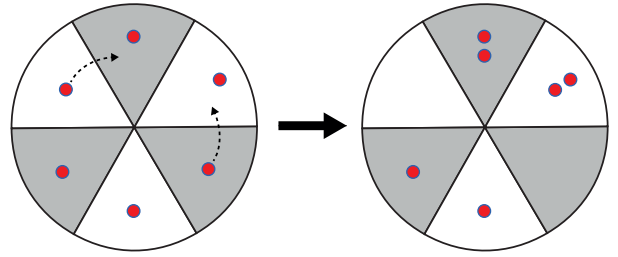
TOTAL

CR

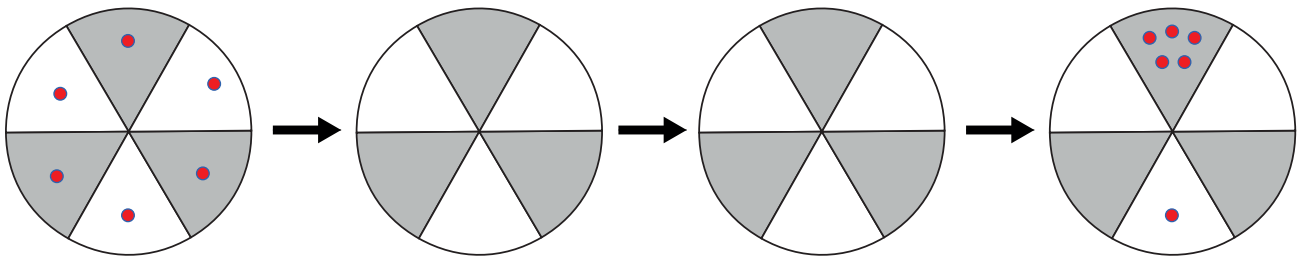
CN

6. Um tabuleiro circular é dividido em seis setores iguais pintados alternadamente de cinza e branco. Inicialmente há uma bolinha em cada setor. As bolinhas são movimentadas em etapas obedecendo as seguintes regras:

- escolhemos duas bolinhas quaisquer;
- em seguida deslocamos uma dessas bolinhas para o setor vizinho no sentido horário e, simultaneamente, deslocamos a outra bolinha para o setor vizinho no sentido anti-horário.



a) Indique na figura abaixo como chegar ao tabuleiro final em três etapas.



CR	CN
----	----

b) Explique por que, partindo do tabuleiro inicial e após qualquer número de etapas, a quantidade total de bolinhas em todos os setores brancos é sempre ímpar.

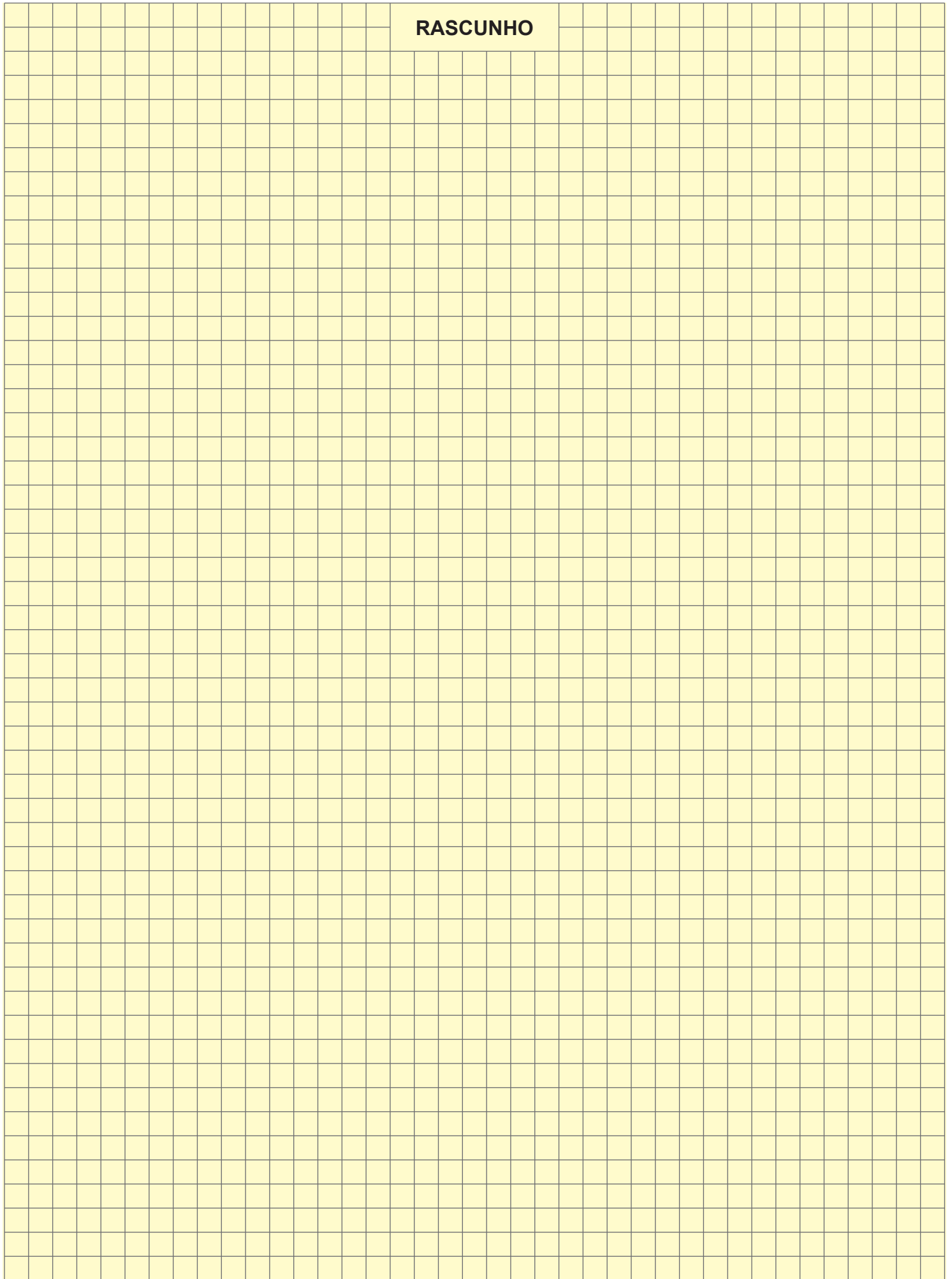
CR	CN
----	----

c) Explique por que é impossível, partindo do tabuleiro inicial, colocar todas as bolinhas em um mesmo setor.

CR	CN
----	----

TOTAL	CR	CN
-------	----	----

RASCUNHO



Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1
6º e 7º anos do Ensino Fundamental
2ª Fase - 08 de outubro de 2022

Nome completo do(a) aluno(a)									
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)									
Complemento (casa, apartamento, bloco)					Bairro				
Cidade									
UF/Estado					CEP				
Endereço eletrônico (e-mail)						DDD		Telefone	
Assinatura						DDD		Telefone (outro)	

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, etc.);
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO



REALIZAÇÃO



MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



1. No tabuleiro cada letra da palavra OBMEP representa um número inteiro de 1 a 5. Letras diferentes representam números diferentes. Além disso, cada número escrito na lateral do tabuleiro é a soma dos valores das letras da linha horizontal correspondente.

O	O	O	O	4
B	B	O	B	7
M	E	B	O	10
E	P	O	B	12

- a) Encontre o valor da letra O.

CR

CN

- b) Encontre o valor da letra B.

CR

CN

- c) Encontre o valor da letra M.

CR

CN

- d) Qual é a letra que representa o número 5?

CR

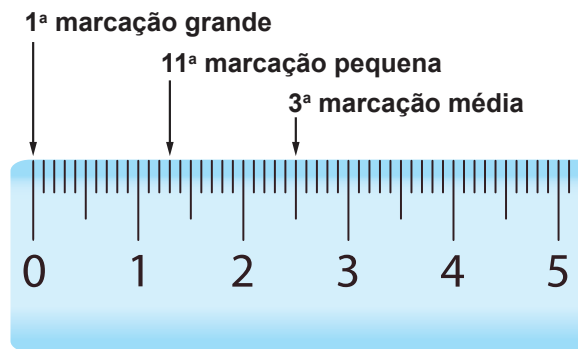
CN

TOTAL

CR

CN

2. Uma régua de 30 cm é graduada em milímetros com marcações grandes, médias e pequenas, como indicado na figura.



- a) Qual é a distância, em milímetros, entre a 11ª marcação pequena e a 3ª marcação média?

CR

CN

- b) Quantas marcações pequenas tem a régua inteira?

CR

CN

- c) Qual é a marcação que está a 73 milímetros de distância da 215ª marcação pequena? Justifique sua resposta.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

3. Alice, Beatriz e Cláudia moram em uma rua de 200 metros de comprimento. Alice mora no início da rua, Beatriz a 80 metros de Alice e Cláudia no final da rua. Elas se encontram de vez em quando, sempre partindo de suas casas.



- a) Qual é a soma das distâncias que Alice e Beatriz percorrem quando elas se reúnem na casa de Cláudia?

CR

CN

- b) Se Alice, Beatriz e Cláudia se encontrarem na rua a 150 metros do seu início, qual será a soma das distâncias que elas percorrerão?

CR

CN

- c) As três amigas decidem se encontrar em algum ponto da rua tal que a soma das distâncias percorridas por elas seja a menor possível. A quantos metros do início da rua elas devem se encontrar?

CR

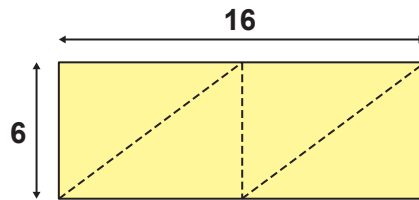
CN

TOTAL

CR

CN

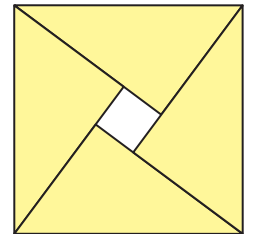
4. Janaína cortou uma cartolina retangular de 16 cm de comprimento e 6 cm de largura em quatro triângulos retângulos iguais, conforme mostra a figura.



- a) Qual é a área de cada um desses triângulos?

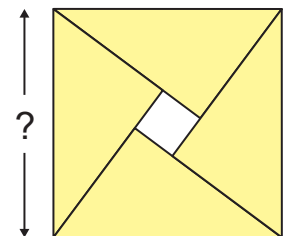
CR	CN
----	----

- b) Em seguida, Janaína usou os quatro triângulos para montar um quadrado com um buraco no seu interior, conforme mostrado na figura. Qual é a área do buraco?



CR	CN
----	----

- c) Quanto mede o lado do quadrado que Janaina montou?



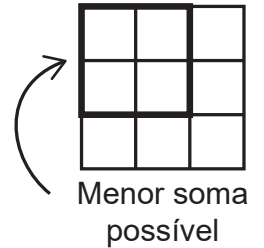
CR	CN
----	----

TOTAL

CR	CN
----	----

5. Marco preenche quadriculados 3×3 com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repetir nenhum deles.

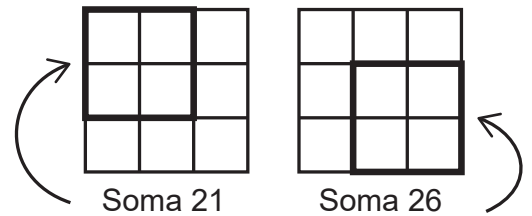
a) Marco preencheu um quadriculado de forma que os quatro números escritos no quadrado 2×2 destacado têm a menor soma possível. Qual é a soma dos cinco números escritos fora desse quadrado?



CR

CN

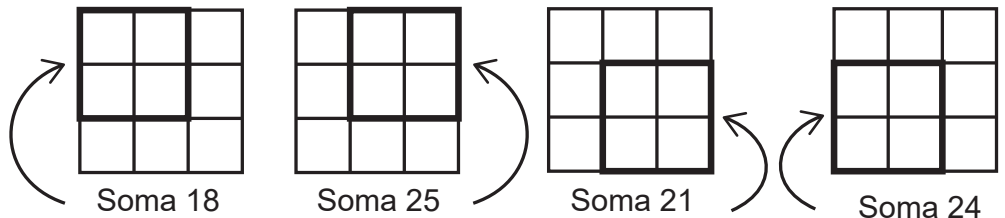
b) Marco conseguiu preencher outro quadriculado de modo que a soma dos números escritos em um dos quadrados 2×2 destacados é 21 e, no outro, 26. As duas figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual é o menor número que Marco pode ter escrito na casa central do quadriculado?



CR

CN

c) Marco conseguiu preencher um terceiro quadriculado de modo que as somas dos números escritos nos quatro quadrados 2×2 destacados são 18, 25, 21 e 24. Além disso, a soma dos números escritos nos quatro cantos do quadriculado 3×3 é 16. As quatro figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual foi o número que Marco escreveu na casa central?



CR

CN

TOTAL

CR

CN

6. Uma abelha está em uma colmeia formada por casinhas coloridas, conforme o padrão mostrado da Figura 1. A partir de qualquer uma das casinhas, ela só pode se mover para outra casinha vizinha, com um dos passos indicados na Figura 2 (ou para cima, ou para baixo à esquerda, ou para baixo à direita).

- a) Desenhe na figura abaixo um caminho de três passos de tal forma que a abelha retorne à casinha inicial, indicada na figura.

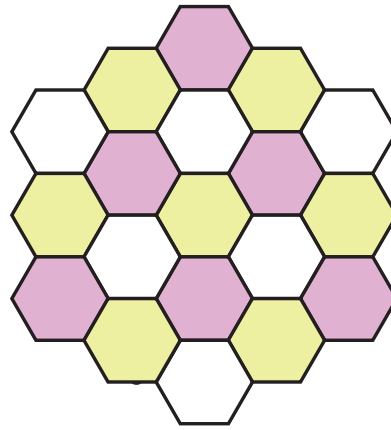
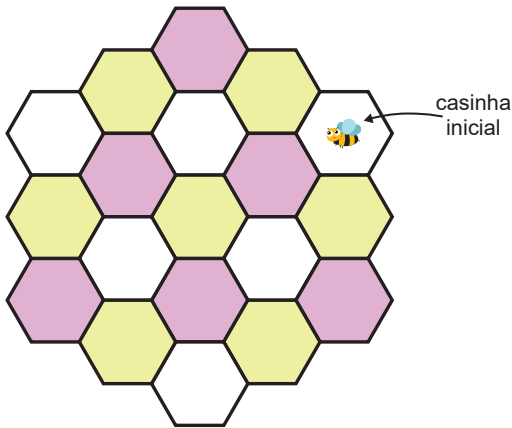


Figura 1

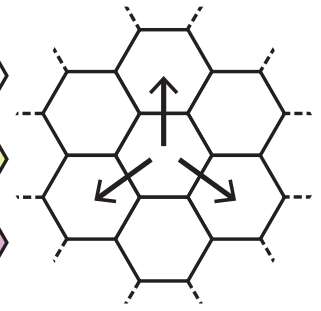


Figura 2

CR

CN

- b) Saindo de uma casinha branca, a abelha fez um passeio de oito passos pela colmeia. Qual é a cor da casinha onde ela parou? Justifique sua resposta.

CR

CN

- c) Explique por que, saindo de uma casinha branca, é impossível que a abelha faça um passeio pela colmeia de forma a visitar cada casinha uma única vez.

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1

6º e 7º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 06 de novembro de 2021

Nome completo do(a) aluno(a)		
<input type="text"/>		
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)		
<input type="text"/>		
Complemento (casa, apartamento, bloco)	Bairro	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Cidade	UF/Estado	CEP
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Endereço eletrônico (e-mail)	DDD	Telefone
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Assinatura	DDD	Telefone (outro)
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



[http://www.instagram.com/obmep_oficial/](https://www.instagram.com/obmep_oficial/)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).
- O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

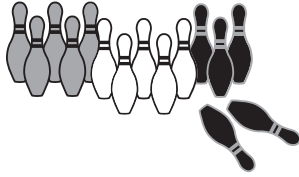
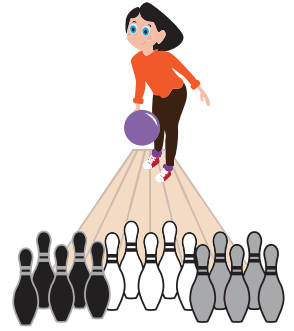
APOIO



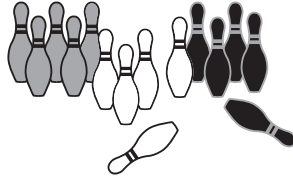
REALIZAÇÃO



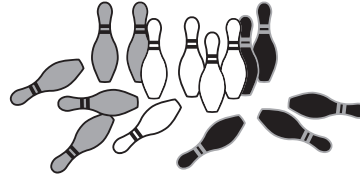
1. Mariana tem um jogo de 15 pinos, sendo 5 pretos, 5 brancos e 5 cinzas. Pinos de mesma cor valem o mesmo número de pontos. A pontuação obtida em uma jogada é a soma dos pontos correspondentes aos pinos derrubados. Em uma jogada, Mariana fez 10 pontos ao derrubar dois pinos pretos. Em outra jogada, ela fez 12 pontos ao derrubar um pino preto e um branco. Numa terceira jogada, Mariana fez 55 pontos ao derrubar três pinos pretos, um branco e três cinzas.



10 pontos



12 pontos



55 pontos

- a) Quantos pontos vale cada pino preto?

CR	CN
----	----

- b) Quantos pontos vale cada pino cinza?

CR	CN
----	----

- c) Mariana fez 42 pontos em uma jogada ao derrubar pelo menos um pino de cada cor. Quantos pinos de cada cor ela derrubou?

CR	CN
----	----

TOTAL	CR	CN
-------	----	----

2. Em uma fila há 100 pessoas. A primeira e a terceira posições da fila são ocupadas por homens. A cada cinco posições consecutivas, há três mulheres e dois homens. Por exemplo, nas posições 13, 14, 15, 16 e 17, há três mulheres e dois homens.

a) Quantas mulheres há na fila?

CR

CN

b) Complete a tabela abaixo escrevendo homem ou mulher em cada posição, de acordo com o enunciado.

Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4	Posição 5	Posição 6	Posição 7	Posição 8	Posição 9	Posição 10
homem		homem							

CR

CN

c) Complete a tabela abaixo escrevendo homem ou mulher em cada posição, de acordo com o enunciado.

Posição 98	Posição 99	Posição 100

CR

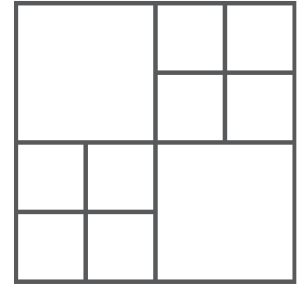
CN

TOTAL

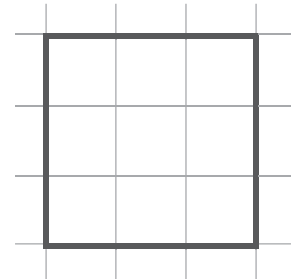
CR

CN

3. Janaína desenha quadrados formados por quadrados menores, cujos lados têm medidas inteiras. Por exemplo, a figura mostra como Janaína desenhou um quadrado de lado 4 formado por dez quadrados, sendo dois de lado 2 e oito de lado 1.

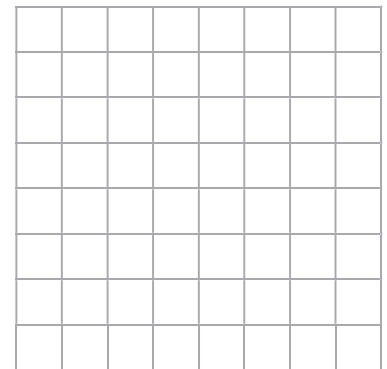


- a) Mostre como Janaína pode desenhar um quadrado de lado 3 formado com a menor quantidade possível de quadrados menores com lados de medidas inteiras.



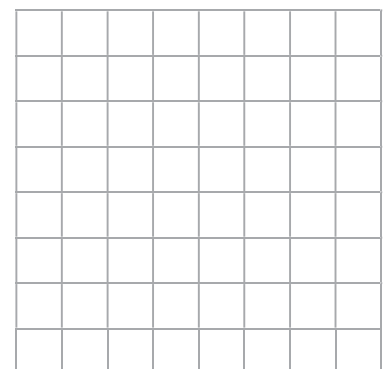
CR	CN
----	----

- b) Janaína quer desenhar um quadrado grande formado por um quadrado de lado 3, alguns quadrados de lado 2 e a menor quantidade possível de quadrados de lado 1. Mostre, no quadriculado ao lado, como Janaína pode fazer esse desenho.



CR	CN
----	----

- c) Janaína quer desenhar um quadrado de menor lado possível formado por 13 quadrados de lado 1 e por outros quadrados maiores com lados de medidas inteiras. Mostre, no quadriculado ao lado, como Janaína pode fazer esse desenho.



CR	CN
----	----

TOTAL	CR	CN
-------	----	----

4. Joãozinho fez todas as divisões possíveis com dois números diferentes pertencentes ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Por exemplo, com os números 2 e 5, ele fez as seguintes divisões: $\frac{2}{5}$ (obteve como resultado 0,4) e $\frac{5}{2}$ (obteve como resultado 2,5).

a) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número inteiro?

CR	CN
----	----

b) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número maior do que 0,5?

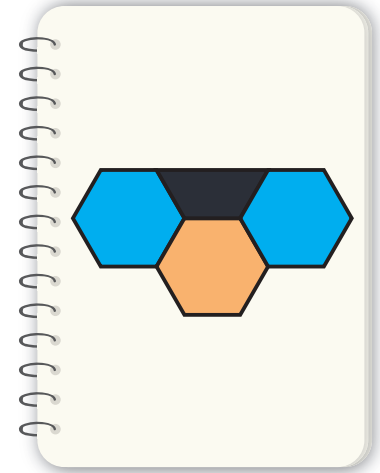
CR	CN
----	----

c) Quantos resultados diferentes foram obtidos por Joãozinho?

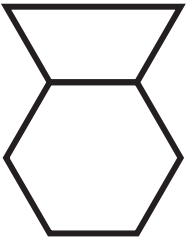
CR	CN
----	----

TOTAL	CR	CN
-------	----	----

5. Maria pinta, em seu caderno, figuras formadas por trapézios e hexágonos. Cada hexágono pode ser pintado de azul, bege ou cinza, e cada trapézio, de azul ou preto. Polígonos com um lado em comum não podem ter a mesma cor. A figura ao lado é um exemplo de uma pintura feita por Maria.



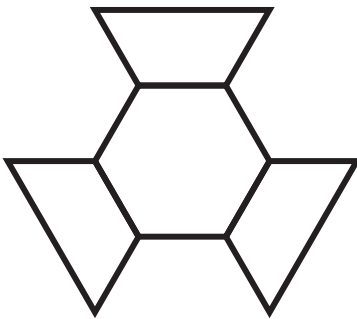
a) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

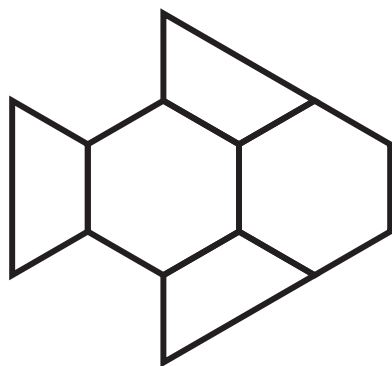
b) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

c) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR

CN

TOTAL

CR

CN

6. Um dia é fantástico quando sua data, escrita na forma DD/MM/AA, contém todos os algarismos de 0 a 5. Por exemplo, o dia 12 de abril de 2053 será fantástico, pois sua data, 12/04/53, contém todos os algarismos de 0 a 5. Já o dia seguinte não será fantástico, pois sua data, 13/04/53, não contém o algarismo 2.

25/13/40
essa data
não existe

13/04/53
essa data
não tem o 2

12/04/53
dia fantástico!



a) Qual será o último dia fantástico do ano de 2054?

CR

CN

b) Qual foi o primeiro dia fantástico depois de primeiro de janeiro de 2001?

CR

CN

c) Entre 2001 e 2100, quantos anos têm pelo menos um dia fantástico?

CR

CN

TOTAL

CR

CN

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1

6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental

2.ª FASE – 28 de setembro de 2019

Nome completo do(a) aluno(a)													
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)													
Complemento (casa, apartamento, bloco)					Bairro								
Cidade										UF		CEP	
Endereço eletrônico (e-mail)						DDD		Telefone					
Assinatura						DDD		Telefone (outro)					

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

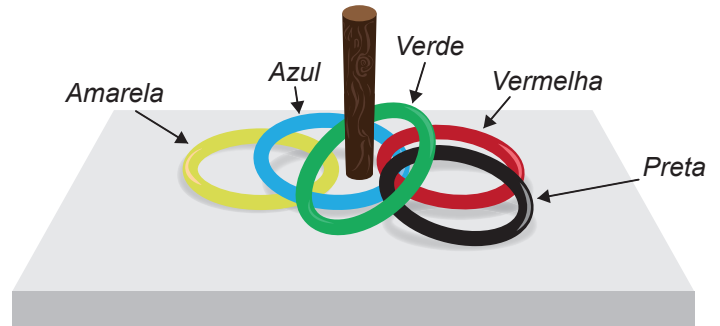
- Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
- Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
- Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Não escreva nos espaços sombreados.
- Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Marcelo lança cinco argolas em um pino de madeira, uma de cada vez. Quando a argola acerta o pino, ele ganha pontos, conforme a tabela abaixo. Quando a argola não acerta o pino, ele não ganha pontos. A figura mostra cinco lançamentos feitos por Marcelo, em que somente as argolas azul e verde acertaram o pino. Observe que a argola verde foi a última lançada, pois ficou sobre as outras.

Número do lançamento	Número de pontos
1º	10
2º	5
3º	3
4º	1
5º	1



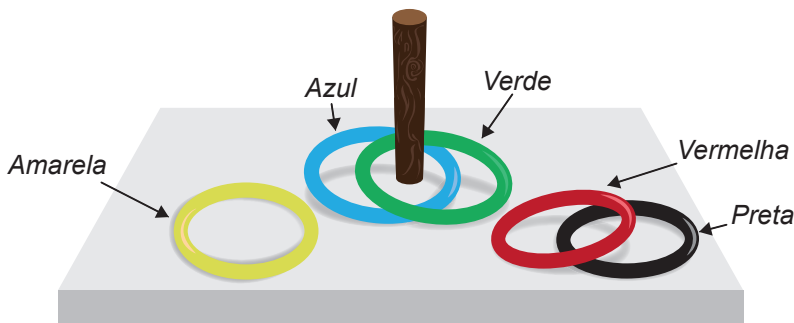
a) Quantos pontos Marcelo fez com os cinco lançamentos mostrados na figura acima?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Em outros cinco lançamentos, Marcelo só errou um deles e fez 17 pontos. Qual foi o número do lançamento que ele errou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) A figura abaixo mostra como ficaram outros cinco lançamentos feitos por Marcelo. Se a terceira argola lançada foi a vermelha, qual é a maior pontuação que ele pode ter obtido nesses lançamentos?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Roberta tem duas cartelas, uma com os números de 1 a 15 e outra com os números de 16 a 30. Ela escolhe um número de cada cartela e calcula a soma deles.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

a) Quais são as escolhas possíveis para Roberta obter a soma 18?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

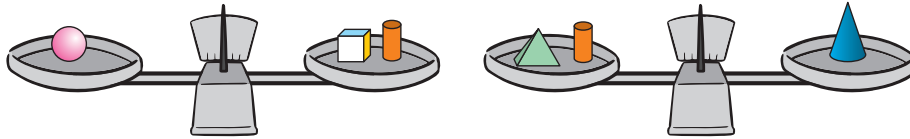
b) Se Roberta fizer todas as escolhas possíveis, quantos resultados diferentes ela poderá obter?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

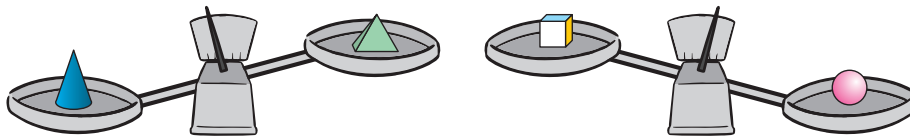
c) Se Roberta fizer todas as escolhas possíveis, qual é o resultado que aparecerá mais vezes? Por quê?

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

3. Paulinho tem peças com cinco formas diferentes (cubos, pirâmides, esferas, cilindros e cones). Peças com a mesma forma têm o mesmo peso (massa). Ele coloca algumas peças numa balança de pratos e observa o equilíbrio nas duas situações abaixo.



a) Indique se as figuras abaixo representam situações certas ou erradas.

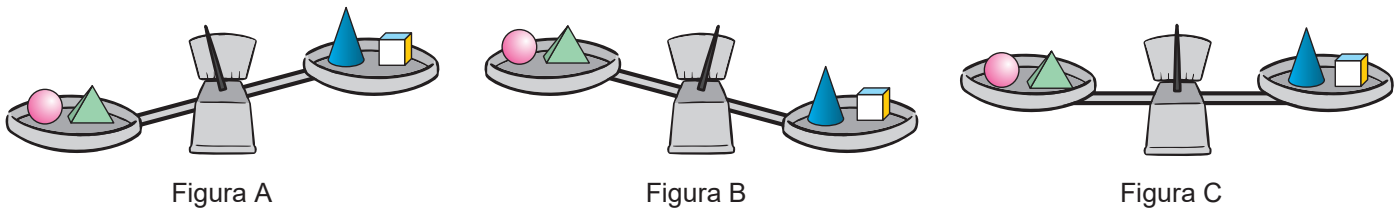


() certa
() errada

() certa
() errada

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

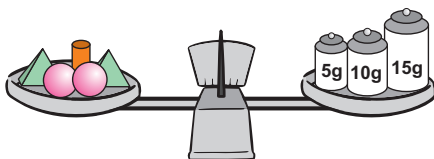
b) Qual das figuras abaixo representa a situação correta?



Justificativa:

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Com alguns pesos conhecidos, Paulinho observou a situação de equilíbrio abaixo. Quanto pesam, juntos, um cubo, uma pirâmide, uma esfera, um cilindro e um cone?



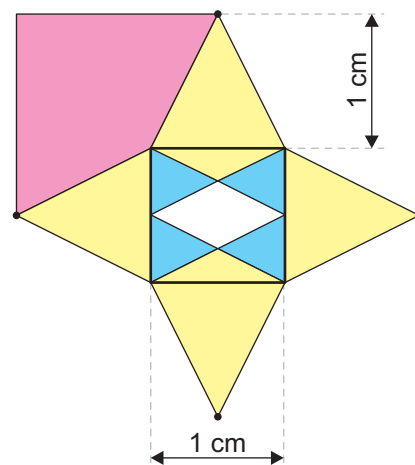
Justificativa:

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. Na figura, o quadrado tem lado 1 cm. Os quatro triângulos azuis são iguais, assim como os dois triângulos amarelos menores. Os quatro triângulos amarelos maiores têm, cada um deles, base igual ao lado do quadrado, altura com relação a essa base igual a 1 cm, e seus outros dois lados com mesma medida. Dois lados do quadrilátero rosa são paralelos aos lados do quadrado.



a) Qual é a área da região formada pelos triângulos azuis?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual é a área da região formada pelos triângulos amarelos?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é a área do quadrilátero rosa?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

5. A Figura 1 é uma planificação de um cubo. Fazendo as dobras necessárias e colando as arestas soltas, obtemos o cubo da Figura 2.

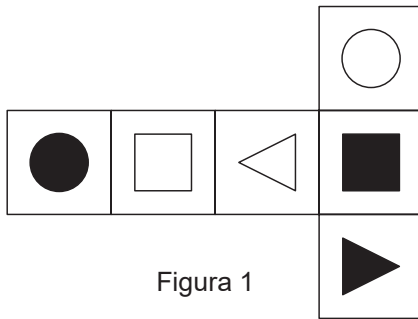


Figura 1

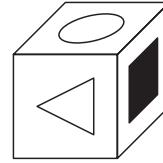
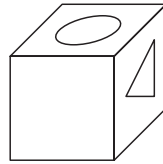


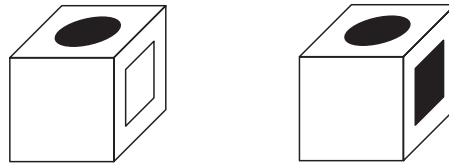
Figura 2

a) Em uma outra vista do mesmo cubo, mostrada abaixo, está faltando o desenho na face da frente. Faça esse desenho.



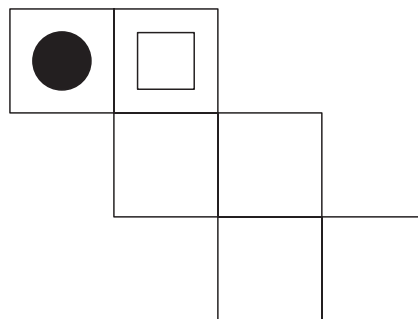
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Abaixo temos outras duas vistas do mesmo cubo, cada uma com a face da frente sem desenho. Faça os desenhos que faltam nessas faces.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

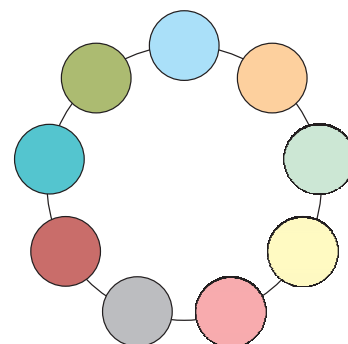
c) Abaixo temos uma outra planificação de um cubo. Faça, nessa planificação, os desenhos que estão faltando.



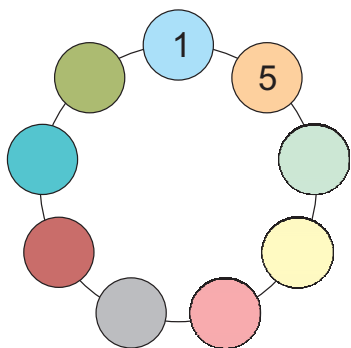
Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL Correção Regional	TOTAL Correção Nacional

6. Os números da tabela abaixo serão colocados nos círculos coloridos de modo que nenhum deles apareça mais de uma vez e a soma dos números em três círculos consecutivos seja sempre um múltiplo de 3.

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
1	2	3
4	5	6
7	8	9



a) Complete o preenchimento abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que, em qualquer preenchimento, três círculos consecutivos sempre serão preenchidos com números de colunas diferentes da tabela.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Quantos preenchimentos diferentes são possíveis?

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização:

 Fundação
Carlos Chagas

1. Uma máquina maluca transforma duas frutas em uma fruta, da seguinte maneira:

- Transforma duas maçãs em uma laranja;
- Transforma duas laranjas em uma laranja;
- Transforma uma maçã e uma laranja em uma maçã.



a) Quantas vezes a máquina deve ser usada para transformar três maçãs em uma maçã?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique como usar essa máquina algumas vezes para transformar três maçãs e quatro laranjas em uma maçã.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Começando com 2018 laranjas e 517 maçãs, a máquina foi usada repetidamente até sobrar apenas uma fruta. Explique por que essa fruta só pode ser uma maçã.

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

2. Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas páginas pares devem ser coladas 5 figurinhas e, nas ímpares, 6 figurinhas.



a) No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Em qual página deve ser colada a figurinha de número 196?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Para completar seu álbum, Joãozinho comprou muitos pacotes de figurinhas. Após colar a última figurinha que faltava, o número de figurinhas repetidas era oito vezes o número de figurinhas coladas.

Se o álbum custou 20 reais e cada pacote com 5 figurinhas custou 2 reais, quanto Joãozinho gastou para ter seu álbum completo?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. O sapinho da figura pula de uma pedra para uma pedra vizinha, dando voltas em torno do lago. Por exemplo, se ele pular duas vezes a partir da pedra A, no sentido horário, ele vai parar na pedra C.



a) Partindo da pedra A, em qual pedra o sapinho vai parar após pular 15 vezes no sentido horário?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Novamente, partindo de A e começando no sentido horário, o sapinho pula 2018 vezes e sempre muda de sentido cada vez que o número de saltos for um múltiplo de 8. Em qual pedra ele vai parar?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

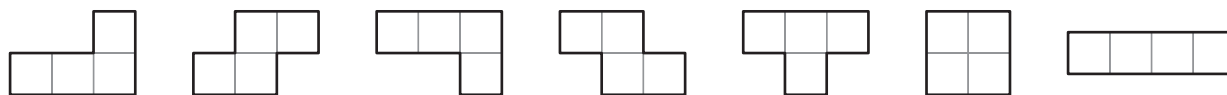
c) Finalmente, partindo de A e começando no sentido horário, o sapinho pula 810 vezes e sempre muda de sentido cada vez que o número de saltos for um múltiplo de 8 ou um múltiplo de 12. Em qual pedra ele vai parar?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

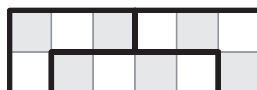
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. Marília tem sete peças de madeira, como ilustrado abaixo.

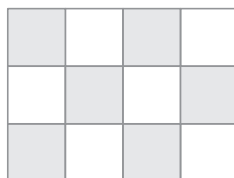


Ela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros retangulares com essas peças, sem colocar uma peça sobre outra. Cada peça deve cobrir exatamente 4 casas do tabuleiro.

Veja como Marília cobriu um tabuleiro 2 x 6:



a) Cubra o tabuleiro abaixo usando três peças de Marília.

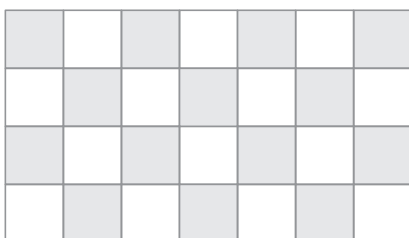


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual peça não cobre o mesmo número de casas brancas e casas cinzas de um tabuleiro?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que Marília nunca irá conseguir cobrir o tabuleiro abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Um “matemágico” testa uma nova mágica com Helena. Ele diz a ela:

- pense em dois números de 1 a 9, um par e um ímpar;
- calcule a soma dos números em que você pensou;
- calcule agora a diferença entre o maior e o menor dos números em que você pensou;
- multiplique a soma pela diferença;
- diga qual foi o resultado dessa multiplicação e eu descobrirei quais são os números em que você pensou.



a) Se Helena pensar nos números 4 e 9, que número ela vai dizer ao matemágico?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Se Helena disser 21, em quais números ela pensou?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que Helena sempre irá dizer um número ímpar.

Correção Regional

Correção Nacional

d) Explique por que, se Helena disser 15, o matemágico ficará em dúvida sobre quais seriam os números em que ela pensou.

Correção Regional

Correção Nacional

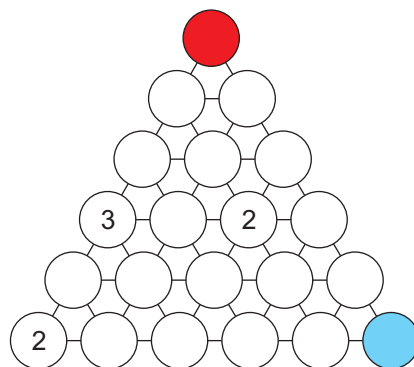
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

6. Números naturais devem ser escritos dentro de cada círculo vazio da figura, de modo que a soma dos números escritos em três círculos alinhados e consecutivos seja sempre a mesma.

a) Qual número deverá ser escrito no círculo vermelho?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Mostre que a soma de todos os números escritos é um múltiplo de 7.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Para que a soma de todos os números escritos seja 63, qual número deverá ser escrito no círculo azul?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

1. Ana e Pedro brincam de pintar casas em um tabuleiro com seis linhas e doze colunas, numeradas como na figura. Cada um deles joga um dado para sortear um número de 1 a 6. A seguir, é pintada a casa que está na linha cujo número foi sorteado por Ana e na coluna cujo número é igual à soma dos números sorteados por Ana e Pedro. Na figura, a casa na linha 4 e na coluna 7 foi pintada após Ana sortear o número 4 e Pedro sortear o número 3.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												

a) Ana e Pedro sortearam dois números, e a casa do tabuleiro abaixo foi pintada. Qual foi o número sorteado por Pedro?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que a casa marcada com X no tabuleiro abaixo nunca será pintada.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3										X		
4												
5												
6												

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) No tabuleiro abaixo, marque com X todas as casas que nunca serão pintadas.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												

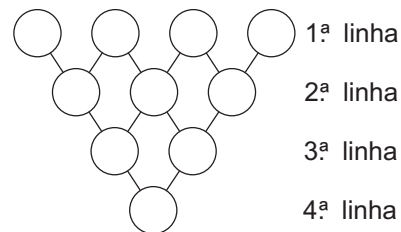
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

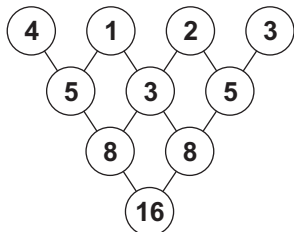
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Um tabuleiro é formado por dez casas, ligadas como na figura ao lado. As casas desse tabuleiro devem ser preenchidas com números, seguindo as regras:

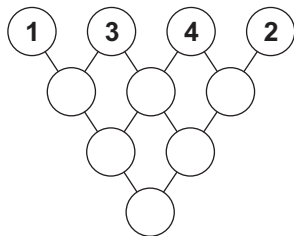
- na primeira linha, os números 1, 2, 3 e 4 devem aparecer sem repetição;
- nas demais linhas, o número em cada casa é a soma dos números nas duas casas da linha de cima que estão ligadas a ela.



Observe abaixo uma forma de preencher completamente o tabuleiro.

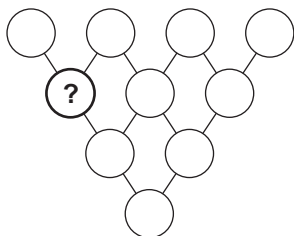


a) Complete o tabuleiro abaixo seguindo as regras de preenchimento descritas acima.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Começando com o tabuleiro vazio, e seguindo as mesmas regras acima, quais são os números que podem aparecer na primeira casa da segunda linha?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Começando novamente com o tabuleiro vazio, e seguindo as mesmas regras, qual é o maior número que pode aparecer na terceira linha?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que, seguindo as mesmas regras, a casa da última linha nunca será preenchida com o número 25.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pacote.

a) Quem retirou o menor número de doces?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

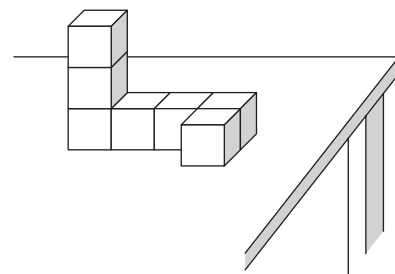
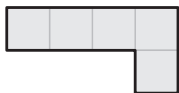
b) A quantidade de doces que restou no pacote corresponde a que fração do total?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

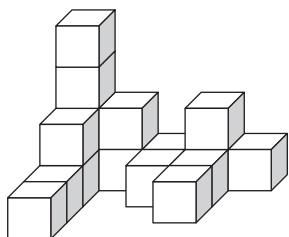
c) André deu 15 doces a Carlos e ficou com o mesmo número de doces que Bernardo. Quantos doces havia inicialmente no pacote?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

4. Janaína junta cubinhos de modo que as faces em contato coincidam completamente. Ela montou a peça ao lado sobre uma mesa e observou que as faces em contato com a mesa deixaram a seguinte marca:



a) Acrescentando mais dez cubinhos à peça sobre a mesa, Janaína obteve a peça abaixo. Desenhe no quadriculado a marca que essa nova peça deixa sobre a mesa.



Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é o menor número de cubinhos que Janaína deve acrescentar à peça da figura do item a) para que a marca deixada sobre a mesa pela nova peça seja uma região quadrada?

Correção Regional

Correção Nacional

c) A partir da peça do item a), Janaína acrescentou o menor número possível de cubinhos até completar um cubo. Quantos cubinhos ela teve que acrescentar desta vez?

Correção Regional

Correção Nacional

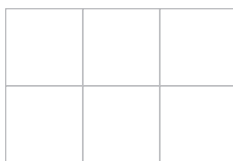
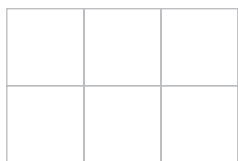
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

5. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

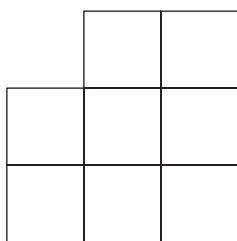
a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.



Correção Regional

Correção Nacional

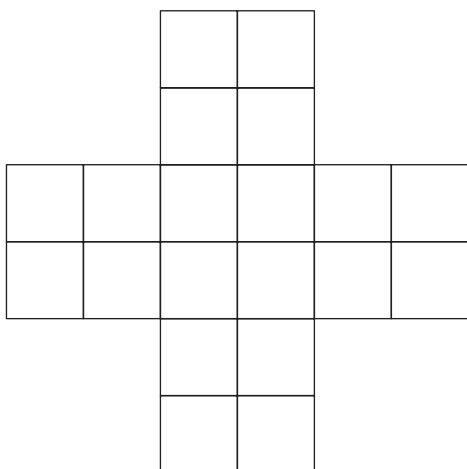
b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo?



Correção Regional

Correção Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

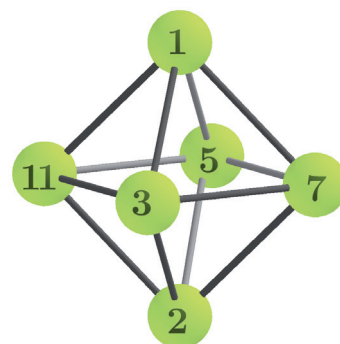
Correção Regional

Correção Nacional

6. Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio

$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$$

ela obtém $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$.



a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1
6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental
2.ª FASE – 10 de setembro de 2016

Nome completo do aluno									
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)									
Complemento (casa, apartamento, bloco)					Bairro				
Cidade					UF		CEP		
Endereço eletrônico (email)					DDD		Telefone		
Assinatura					DDD		Telefone (outro)		

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
 2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
 3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
 4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
 5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
 6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
 7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
 8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
 9. Não escreva nos espaços sombreados.
 10. Não é permitido:
 - a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.
- Boa prova!*

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Sem usar o algarismo 0, Carolina escreveu todos os números de três algarismos diferentes nos quais o algarismo do meio é maior do que os outros dois. Por exemplo, Carolina escreveu 241, mas não escreveu 570, nem 464, nem 123.

a) Quais são os números que Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 3?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

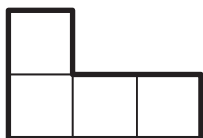
b) Quantos números Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 7?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Quantos números Carolina escreveu ao todo?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

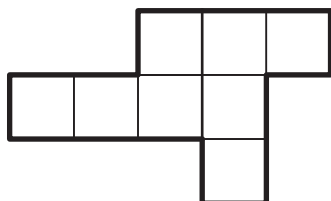
2. A peça ilustrada abaixo é formada por quatro quadradinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno, é 10 cm.



Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição, e fazendo coincidir lados de quadradinhos.



a) Roberto formou a figura abaixo. Qual é o perímetro desta figura?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 cm no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 cm no quadriculado da direita.

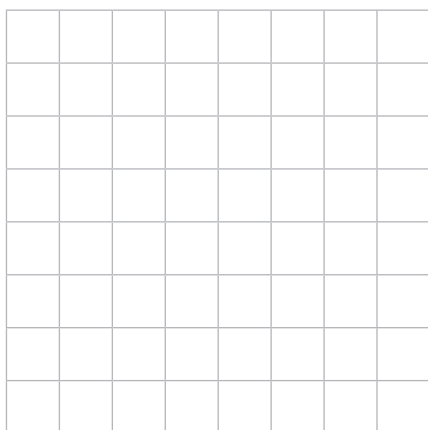


Figura com perímetro igual a 12 cm

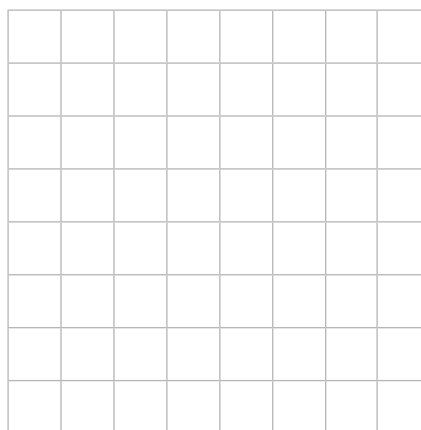


Figura com perímetro igual a 18 cm

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

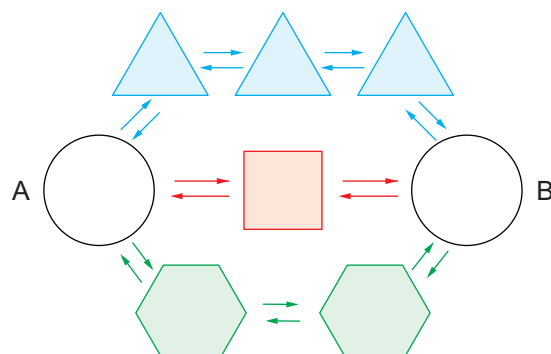
c) Explique por que Roberto nunca conseguirá formar uma figura com perímetro igual a 15 cm. (Lembre-se de que Roberto sempre faz coincidir lados de quadradinhos).

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

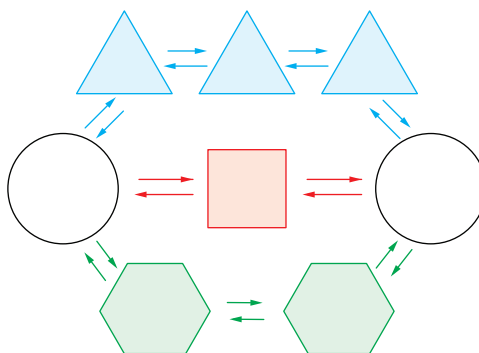
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. Na brincadeira do *vai e volta*, Xavier, Yara e Zezé começam juntos na casa A e pulam, simultaneamente, de casa em casa, indo de A para B ou voltando de B para A várias vezes. Xavier faz o caminho pelas casas triangulares, Yara pela casa quadrada e Zezé pelas casas hexagonais. Cada uma das crianças só retorna pelo caminho em que veio depois de chegar à casa A ou à casa B.



a) Em que casa cada uma das crianças estará após pular exatamente dez vezes? Use a letra X para marcar a casa em que estará Xavier, a letra Y para marcar a casa em que estará Yara, e a letra Z para marcar a casa em que estará Zezé.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Após iniciar a brincadeira, quantos pulos cada uma delas dará até se encontrarem novamente na casa A?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

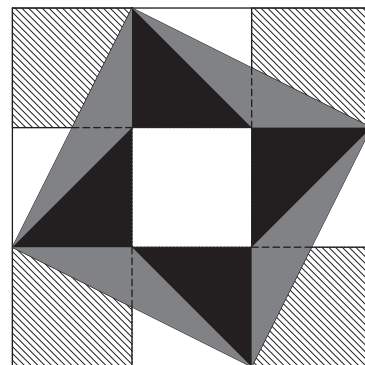
c) Explique por que as crianças nunca se encontrarão na casa B.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. A figura ao lado foi desenhada sobre um quadriculado formado por nove quadrados, cada um com área igual a 4 cm^2 .



a) Qual é a área total pintada de preto?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

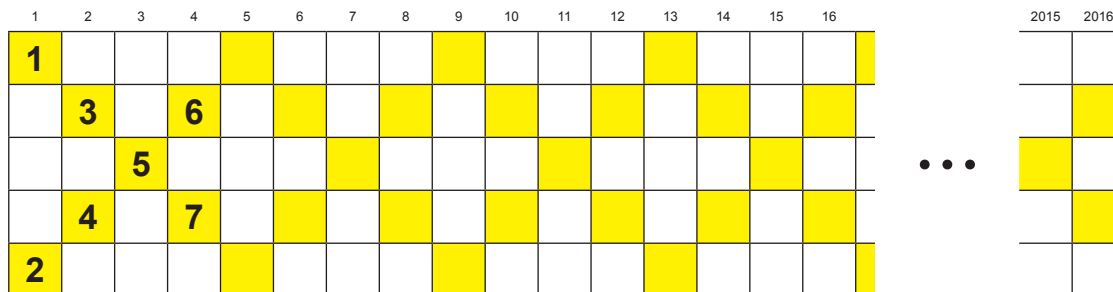
b) Qual é a área total listrada?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é a área total pintada de cinza?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

5. Joana fez um quadriculado com 5 linhas e 2016 colunas com as casas amarelas seguindo o padrão da figura, ou seja, subindo e descendo diagonalmente. Em seguida, ela escreveu os números naturais nas casas amarelas em ordem crescente, a partir do 1, de cima para baixo e da esquerda para a direita. Observe abaixo como Joana começou a escrever os números no quadriculado.



a) Qual foi o maior número que Joana escreveu na coluna 9?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual foi o maior número que Joana escreveu na coluna 2016?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

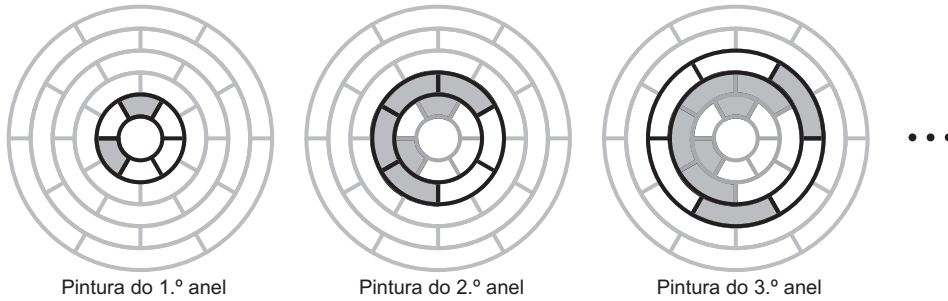
c) Em qual coluna foi escrito o número 597?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Em qual coluna a soma dos dois números escritos é 713?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

6. Joãozinho pinta anéis encaixados, cada um deles dividido em seis partes iguais. No primeiro anel (o menor deles) Joãozinho pinta de cinza algumas partes, à sua escolha. Do segundo anel em diante, ele pinta de cinza somente as partes em contato com duas partes de cores diferentes do anel anterior. Observe um exemplo:

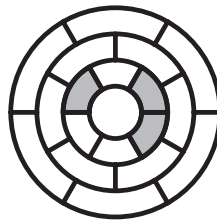


Pintura do 1.º anel

Pintura do 2.º anel

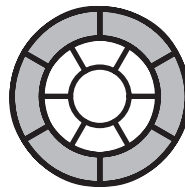
Pintura do 3.º anel

a) Joãozinho pintou o primeiro anel conforme a figura abaixo. Continue o trabalho de Joãozinho, pintando, na mesma figura, o segundo e o terceiro anéis.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Na figura abaixo, pinte as partes do primeiro anel de modo que o segundo anel fique todo pintado de cinza.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, os demais anéis sempre terão uma quantidade par de partes pintadas de cinza.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, nenhum anel a partir do terceiro será totalmente pintado de cinza.

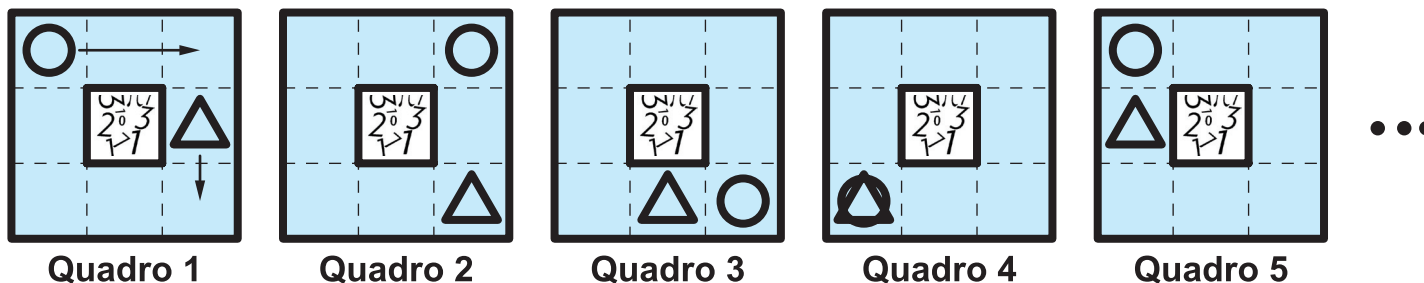
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

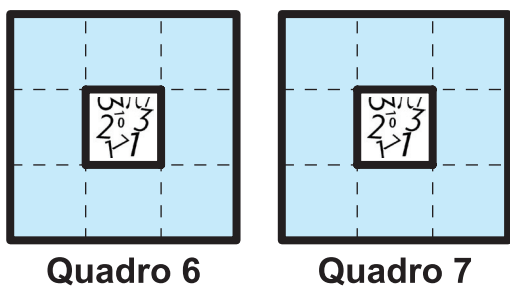
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

1. Na sequência de quadros abaixo, uma bolinha e um triângulo caminham no sentido horário pelas casas azuis. De um quadro para o seguinte, o triângulo passa de uma casa para a casa vizinha, e a bolinha pula uma casa.



a) Desenhe a bolinha e o triângulo do Quadro 6 e do Quadro 7 da sequência.

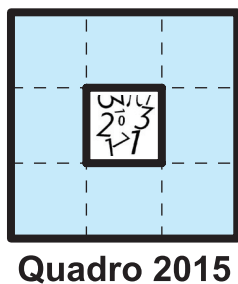


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Continuando a sequência, qual é o número do primeiro quadro em que a bolinha e o triângulo estão na mesma posição do Quadro 1?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Desenhe a bolinha e o triângulo do Quadro 2015.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

2. Em uma brincadeira, João e Maria retiram cartões numerados de 1 a 7 que estão sobre uma mesa, com as faces numeradas viradas para baixo. Em cada rodada, João retira três cartões e Maria retira dois, restando dois cartões na mesa. Depois de cada rodada, todos os cartões são embaralhados e devolvidos à mesa.



a) Na primeira rodada, João retirou um cartão com um número ímpar e dois cartões com números pares. Maria retirou dois cartões com números ímpares. Explique por que a soma dos números dos cartões que sobraram na mesa é ímpar.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

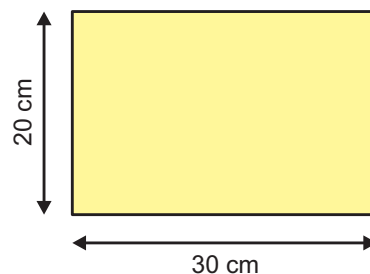
b) Na segunda rodada, João observou que o produto dos números de seus três cartões era ímpar. O produto dos números dos dois cartões de Maria era par ou era ímpar? Explique sua resposta.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

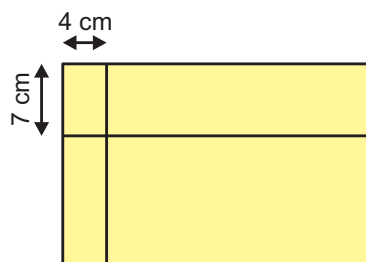
c) Na terceira rodada, João olhou seus três cartões e concluiu, acertadamente, que a soma dos números dos dois cartões de Maria era par. Quais foram os cartões que João retirou? Explique sua resposta.

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

3. Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.



a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



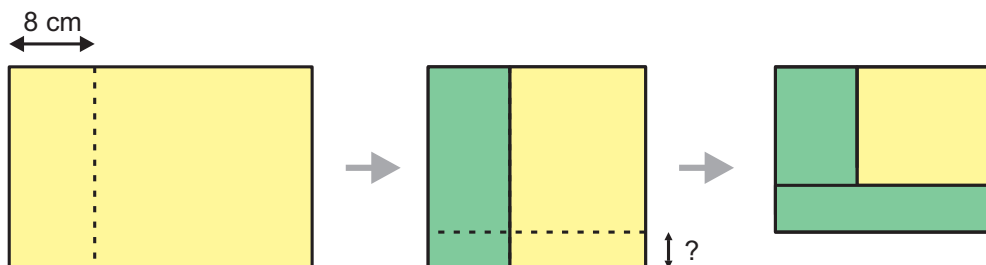
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. Juca listou todos os números que podem ser escritos, da esquerda para a direita, obedecendo às seguintes regras:

- não começar com zero;
- não repetir algarismos;
- acrescentar um novo algarismo somente se for múltiplo ou divisor do último algarismo escrito;
- continuar a escrita do número enquanto for possível acrescentar um novo algarismo.



Por exemplo, o número 2015 está na lista de Juca, pois ele é escrito começando com 2, que é diferente de 0, depois com 0, que é múltiplo de 2, depois com 1, que é divisor de 0, e seguido de 5, que é múltiplo de 1. A escrita termina com 5, pois este algarismo não é múltiplo nem divisor dos algarismos que ainda não foram escritos (3, 4, 6, 7, 8 e 9).

a) O número 1063 não está na lista de Juca, pois é possível acrescentar um último algarismo à direita do 3. Qual é esse algarismo?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Juca escreveu os números de sua lista em ordem crescente. Qual é o primeiro número que ele escreveu depois do 2015?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é o menor número da lista de Juca?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Qual é o maior número da lista de Juca?

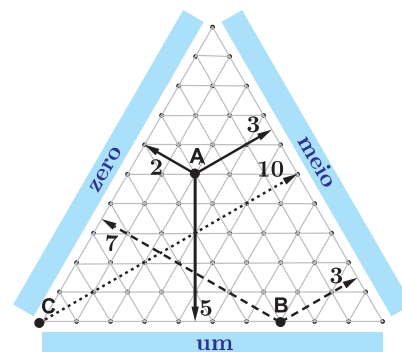
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

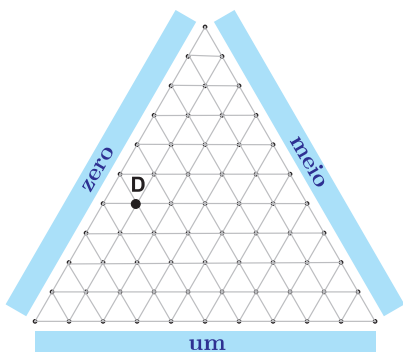
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. A professora Isabel aplicou uma prova com 10 questões. Cada aluno recebeu nota 0,0 (zero), 0,5 (meio) ou 1,0 (um) em cada questão. O desempenho de cada aluno foi associado a um ponto de uma malha triangular, delimitada por um triângulo equilátero de altura 10, como na figura.

O ponto associado a um aluno é escolhido de forma que suas distâncias aos lados do triângulo sejam iguais às quantidades de questões em que o aluno obteve nota zero, meio ou um, respectivamente. Por exemplo, o aluno A tirou zero em 2 questões, meio em 3 questões e um em 5 questões, obtendo 6,5 na prova. O aluno B obteve 1,5 na prova, pois tirou meio em 3 questões e zero em 7 questões. O aluno C obteve 5,0 na prova, pois tirou meio nas 10 questões.



a) Qual foi a nota obtida na prova pelo aluno D?

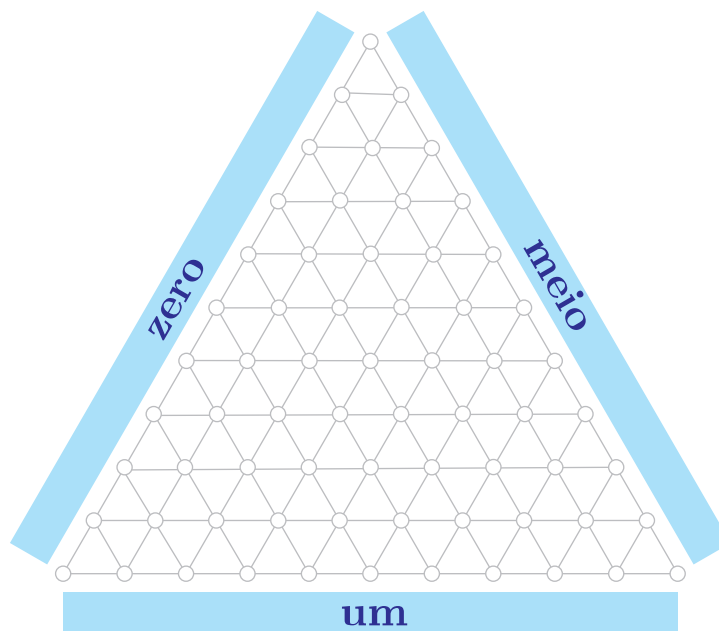


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos pontos da malha estão associados a alunos que tiram zero em exatamente quatro questões?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Assinale na malha abaixo os pontos associados a alunos que obtêm nota igual a 7,0 ou maior do que 7,0.



TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

6. Apertando teclas de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 algarismos.



a) Quantas são as senhas que começam com 20152015?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantas são as senhas que contêm todos os algarismos juntos e em ordem crescente, isto é, quantas são as senhas que contêm o bloco 0123456789?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Pedro quer criar uma senha de forma que, quando se exclui um de seus algarismos, restam os algarismos de 0 a 9 em ordem crescente. Por exemplo, 80123456789 e 01234456789 são senhas possíveis, mas 01324567890 não. Nessas condições, quantas senhas Pedro pode criar?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

1. Joãozinho chama um número natural maior do que 100 de *aditivado* quando seu algarismo das unidades é igual à soma dos demais algarismos. Por exemplo, 224 é aditivado, pois $2 + 2 = 4$.

a) Escreva o número aditivado de quatro algarismos cujo algarismo das unidades é 1.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

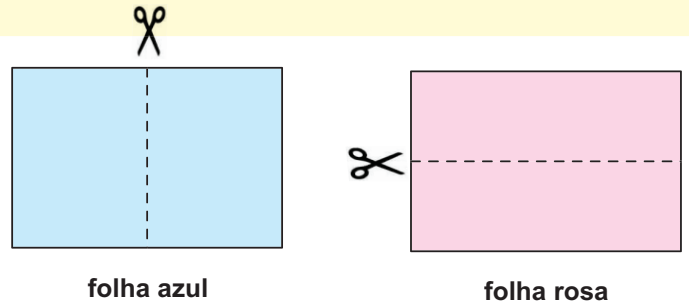
b) Escreva todos os números aditivados de três algarismos cujo algarismo das unidades é 6.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

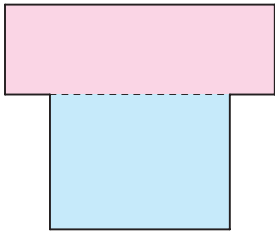
c) Qual é o maior número aditivado sem algarismos repetidos?

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Nacional

2. Lucinha tem duas folhas retangulares, uma azul e outra rosa, ambas com 8 cm de largura e 12 cm de comprimento. Ela cortou as duas folhas ao meio, conforme indicado na figura.



a) Lucinha pegou uma metade de cada folha e fez coincidir os lados maiores desses pedaços, formando a figura abaixo, parecida com a letra T. Qual é o perímetro dessa figura?



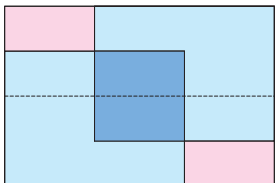
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Em seguida, ela deslizou um pedaço sobre o outro, sem girar, formando a figura abaixo. Qual é a área do retângulo formado pela sobreposição das duas folhas?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Depois, Lucinha juntou as duas metades da folha rosa, formando um retângulo idêntico ao original antes de ser cortado, e colocou os dois pedaços da folha azul sobre eles, conforme indicado na figura. Qual é a área da folha rosa que não foi coberta pelos pedaços da folha azul?



Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL Correção Regional	TOTAL Correção Nacional

3. Mônica usou 25 palitos sobre uma mesa e três cartões, um com o número 0, outro com o número 1 e o último com o número 2, para uma brincadeira com seus amigos Ana, Beatriz e Carlos. Sem olhar, ela pede para cada um pegar um cartão e também pede para:

- Ana retirar da mesa tantos palitos quanto o número de seu cartão;
- Beatriz retirar da mesa tantos palitos quanto o triplo do número do seu cartão;
- Carlos retirar da mesa tantos palitos quanto nove vezes o número do seu cartão.

Contando os palitos que restaram sobre a mesa, Mônica tenta acertar quem escolheu cada cartão.



a) Quantos palitos restarão sobre a mesa se Ana pegar o cartão com o número 1, Beatriz pegar o cartão com o número 0 e Carlos pegar o cartão com o número 2?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual é a menor quantidade de palitos que pode restar sobre a mesa nessa brincadeira?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Qual é o número do cartão que Ana pegou, se restaram 14 palitos sobre a mesa?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que Mônica sempre pode acertar quem escolheu cada cartão, se ela souber quantos palitos restaram sobre a mesa.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. O quadrado da figura possui o número mágico 44, pois, se você escolher quatro números de modo que quaisquer dois deles não estejam nem na mesma linha nem na mesma coluna, a soma desses quatro números é sempre 44. Por exemplo, os números nas casas vermelhas somam 44; isso também ocorre com os números nas casas azuis.

6	7	11	9
10	11	15	13
11	12	16	14
8	9	13	11

a) O quadrado abaixo tem um número mágico. Qual é este número?

19	26	28	21
21	28	30	23
5	12	14	7
7	14	16	9

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Complete o quadrado abaixo, colocando em cada casa a soma dos números que estão fora do quadrado, indicados na linha e coluna correspondentes. Esse quadrado possui um número mágico. Qual é este número?

	1	1	1	1
	↓	↓	↓	↓
1 →				2
2 →				
3 →		4		
4 →				

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Complete o quadrado abaixo de modo que ele possua um número mágico.

	8	13	
8	12	17	12
5	9	14	9
	11	16	

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

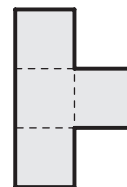
d) Explique por que o procedimento usado no item b) sempre irá produzir um quadrado que possui um número mágico, quaisquer que sejam os números fora do quadrado, indicados nas linhas e nas colunas.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

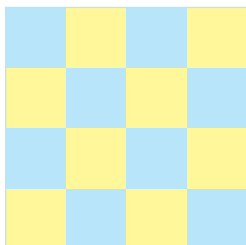
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Maria possui muitas peças, todas iguais, formadas por quatro quadrinhos, como mostra a figura ao lado. Sem sobrepor peças, ela tenta cobrir todas as casas de vários tabuleiros quadrados, fazendo coincidir os quadrinhos das peças com os do tabuleiro.



a) Desenhe na figura abaixo uma maneira de cobrir um tabuleiro 4x4 com essas peças.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que nenhum tabuleiro quadrado pode ser coberto com exatamente vinte peças.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que Maria nunca conseguirá cobrir um tabuleiro 10x10 com suas peças.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

6. Seis atletas, identificados pelas letras A, B, C, D, E e F, participaram de uma corrida de Quixajuba até Pirajuba. O atleta A saiu na frente, B saiu em seguida, e assim sucessivamente, até o atleta F, que saiu por último. O atleta D venceu a corrida e o atleta E terminou em último lugar.

A tabela mostra quantas vezes o atleta indicado na linha ultrapassou o atleta indicado na coluna. Por exemplo, o número 5 na casa rosa indica que o atleta D ultrapassou cinco vezes o atleta C durante a corrida.



	A	B	C	D	E	F
A	-	2	4	2	1	2
B	2	-	0	2	3	1
C	4	0	-	4	1	3
D	3	2	5	-	1	3
E	1	2	1	1	-	0
F	3	2	4	3	1	-

a) Quantas vezes o atleta F ultrapassou o atleta B?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual número deverá ser escrito na casa amarela?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Qual número deverá ser escrito na casa verde?

Correção Regional

Correção Nacional

d) Em que ordem os atletas terminaram a corrida?

Correção Regional

Correção Nacional

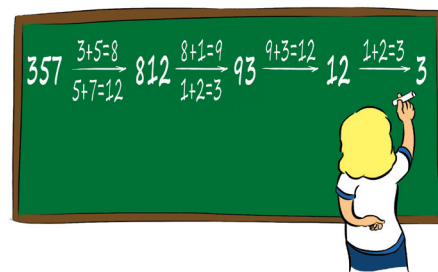
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

RASCUNHO

1. Ariadne brinca com números de dois ou mais algarismos. Ela soma, aos pares, os algarismos do número, da esquerda para a direita, e escreve os resultados em ordem; em seguida, ela repete a brincadeira com o novo número e assim por diante. Se ela chegar a um número com um único algarismo, a brincadeira acaba.



Por exemplo, de 294 ela obtém 1113, pois $2+9=11$, $9+4=13$. Depois, de 1113 ela obtém 224, pois $1+1=2$, $1+1=2$ e $1+3=4$, e assim por diante. Essa brincadeira acaba com 1, como mostra a sequência abaixo:

$$294 \xrightarrow[\substack{2+9=11 \\ 9+4=13}]{\substack{2+9=11 \\ 9+4=13}} 1113 \xrightarrow[\substack{1+1=2, 1+1=2 \\ 1+3=4}]{\substack{1+1=2, 1+1=2 \\ 1+3=4}} 224 \xrightarrow[\substack{2+2=4 \\ 2+4=6}]{\substack{2+2=4 \\ 2+4=6}} 46 \xrightarrow[4+6=10]{4+6=10} 10 \xrightarrow[1+0=1]{1+0=1} 1$$

a) Escreva a sequência que começa com 4125.

Correção Regional

Correção Nacional

b) Escreva os seis primeiros números da sequência que começa com 995.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Qual é o 103º número da sequência que começa com 33333?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Um hotel tem 15 andares com 25 quartos cada um. As chaves dos quartos são identificadas por um número de três ou quatro algarismos indicando o andar, de 1 a 15, seguido do número do quarto, de 01 a 25. Por exemplo, a chave 106 é a do quarto número 06 do 1º andar e a chave 1315 é a do quarto número 15 do 13º andar.



a) Quantos são os quartos do 10º andar para cima?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

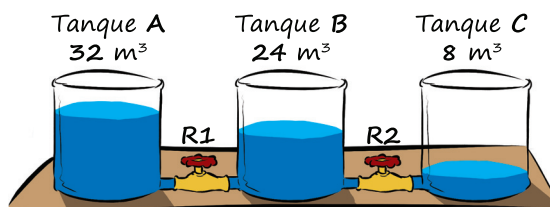
b) Quantas chaves têm número em que aparece o algarismo 1?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Dionísio não aceita ficar em um quarto em cuja chave aparece o algarismo 1 seguido de 1 ou de 3. Em quantos quartos do hotel ele pode se hospedar?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

3. Três tanques iguais contêm, inicialmente, 32, 24 e 8 metros cúbicos de água e estão ligados por registros, como na figura. Estes registros servem para deixar a água passar de um tanque (mais cheio) para o outro (menos cheio) até que ambos fiquem com o mesmo volume de água. Só se pode abrir um registro de cada vez, e ele é fechado assim que os tanques que ele liga fiquem com o mesmo volume de água.



Por exemplo, ao abrir o registro **R2** na situação inicial, os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 32, 16 e 16 metros cúbicos. A seguir, ao fechar **R2** e abrir **R1** os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 24, 24 e 16 metros cúbicos. Representamos essa sequência por

$$(32;24;8) \xrightarrow{R2} (32;16;16) \xrightarrow{R1} (24;24;16)$$

a) A partir da situação inicial, qual será o volume de água nos tanques **A** e **B** após abrimos o registro **R1**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) A partir da situação inicial, exiba uma sequência de aberturas de registros de modo que o tanque **C** fique com exatamente 21 metros cúbicos de água.

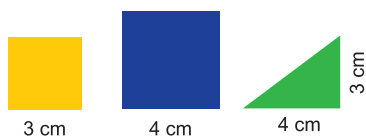
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que o tanque **A** sempre vai ficar com mais de 21 metros cúbicos de água, qualquer que seja a sequência de aberturas de registros a partir da situação inicial.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

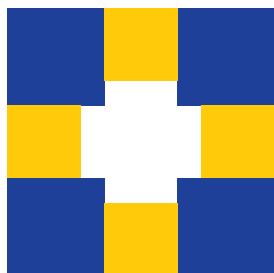


4. Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado à esquerda. Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono à direita.



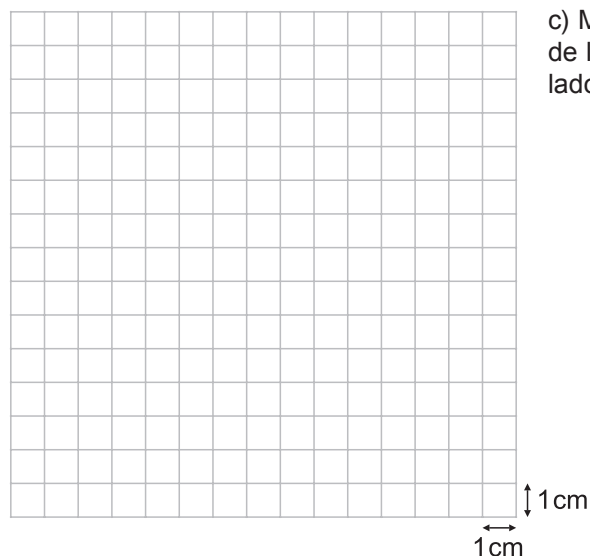
a) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



b) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



c) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

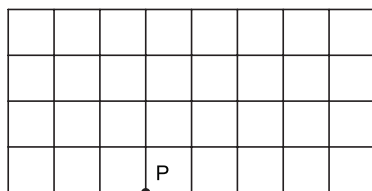
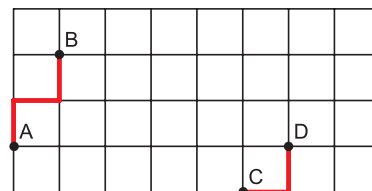
d) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

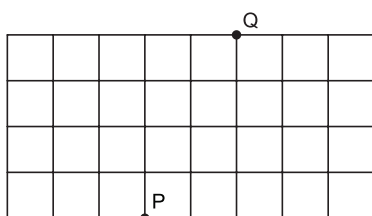
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. No quadriculado ao lado, as linhas horizontais e verticais representam ruas. Os pontos onde as ruas se cortam são as esquinas e a distância entre duas esquinas consecutivas quaisquer é 100 metros. No quadriculado estão indicadas quatro esquinas **A**, **B**, **C** e **D**. Qualquer caminho ligando as esquinas **A** e **B** tem, no mínimo, 300 metros; dizemos então que a *distância* entre **A** e **B** é 300 metros. Do mesmo modo, a distância entre as esquinas **C** e **D** é 200 metros.



a) Marque, no quadriculado ao lado, as esquinas que estão a 300 metros da esquina **P**.

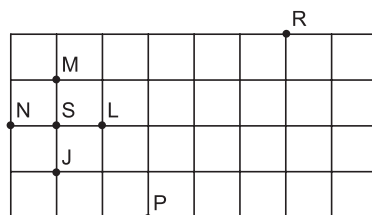
Correção Regional
Correção Nacional



b) Marque, no quadriculado ao lado, as esquinas cujas distâncias à esquina **P** e à esquina **Q** são iguais.

Correção Regional
Correção Nacional

c) A figura mostra uma esquina **S** e quatro esquinas vizinhas **J**, **L**, **M** e **N**. Calcule a soma das distâncias de cada uma dessas esquinas aos pontos **P** e **R**.



esquina	distância a P	distância a R	distância a P + distância a R
S			
J			
L			
M			
N			

Correção Regional
Correção Nacional

d) Explique por que não há esquinas cujas distâncias às esquinas **P** e **R**, do item anterior, sejam iguais.

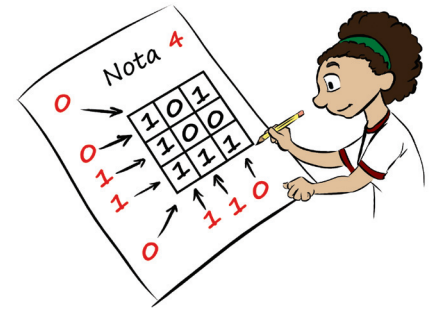
Correção Regional
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional
Correção Nacional

6. Helena brinca com tabuleiros 3×3 , preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é $0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 4$.

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

0	0	1
1	1	1
0	0	0

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

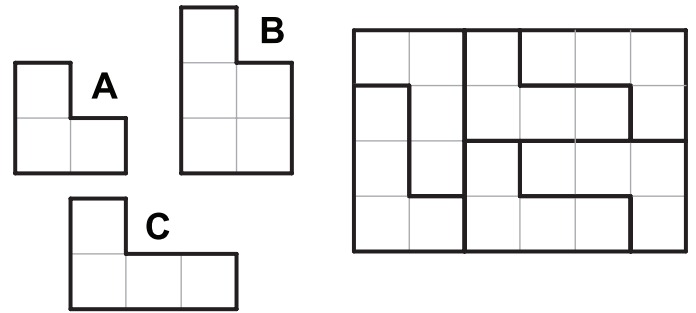
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

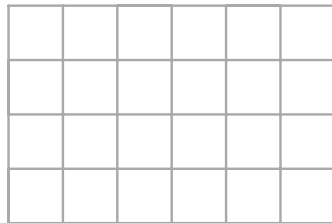
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

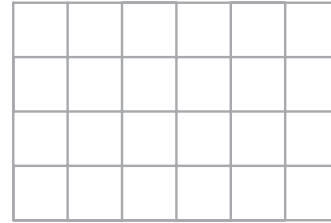
1. Pedro brinca com um tabuleiro quadriculado 4×6 e com peças dos tipos A, B e C. Ele tenta cobrir inteiramente o tabuleiro com as peças, encaixando-as sem que nenhuma fique sobre outra. Por exemplo, usando somente peças do tipo C, ele consegue cobrir o tabuleiro, como indicado na figura.



a) Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo A.



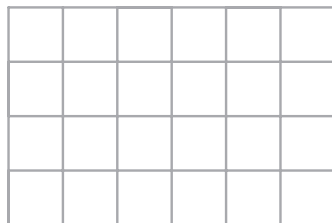
Faça seu rascunho aqui



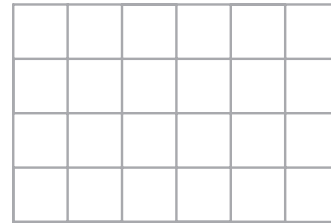
Coloque sua resposta aqui

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro com peças dos tipos A e B, usando uma ou mais peças do tipo B.



Faça seu rascunho aqui



Coloque sua resposta aqui

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que não é possível cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo B.

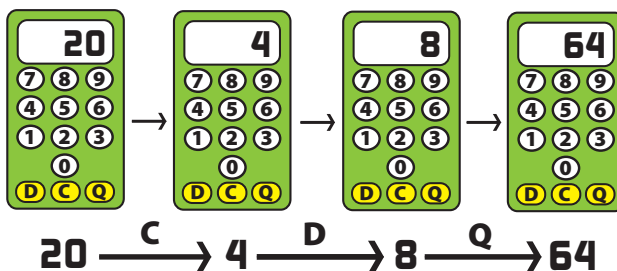
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
-------	-------------------	-------------------

2. A calculadora de Raquel é um pouco diferente. Além das 10 teclas numéricas de 0 a 9, ela só tem três teclas de operações:

- a tecla Q, que multiplica o número do visor por ele mesmo;
- a tecla D, que multiplica o número do visor por 2;
- a tecla C, que divide o número do visor por 5.

Raquel se diverte colocando um número inteiro no visor e produzindo novos números usando apenas as teclas de operações. Por exemplo, começando com o número 20 e usando a sequência de teclas CDQ, Raquel obteve o número 64, como se pode ver na figura.



a) Raquel começou com 15 e obteve 18 apertando três teclas de operações. Qual foi a sequência de teclas que ela usou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Usando a sequência de teclas DCQC, Raquel obteve o número 7,2. Com qual número ela começou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

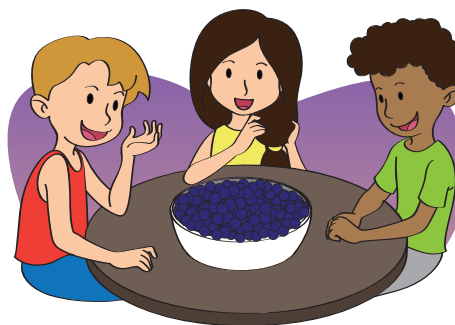
c) Apresente uma maneira de Raquel obter o número 0,08 em sua calculadora, indicando o número inicial e a sequência de teclas de operações.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. Alberto, Beatriz, Carlos, Dulce e Eduardo ainda dormiam quando sua mãe saiu e deixou uma vasilha com jabuticabas e a instrução para que fossem divididas igualmente entre eles. Alberto acordou primeiro, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas e saiu. Beatriz acordou depois, mas pensou que era a primeira a acordar e, por este motivo, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas restantes e também saiu. Os outros três irmãos acordaram juntos, perceberam que Alberto e Beatriz já haviam saído e dividiram as jabuticabas restantes igualmente entre eles.



a) Que fração do total de jabuticabas coube a Beatriz?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

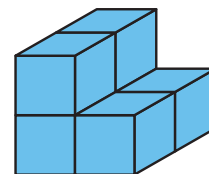
b) Quem ficou com a menor quantidade de jabuticabas? Quem ficou com a maior quantidade de jabuticabas?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Ao final da divisão, nenhum dos irmãos ficou com mais do que 20 jabuticabas. Quantas jabuticabas havia na vasilha?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

4. Cláudia gosta de montar sólidos colando cubinhos de aresta 1 cm. Ela sempre usa um pingo de cola entre duas faces de cubinhos que ficam em contato; por exemplo, para montar o sólido ao lado ela usou 7 pingos de cola.



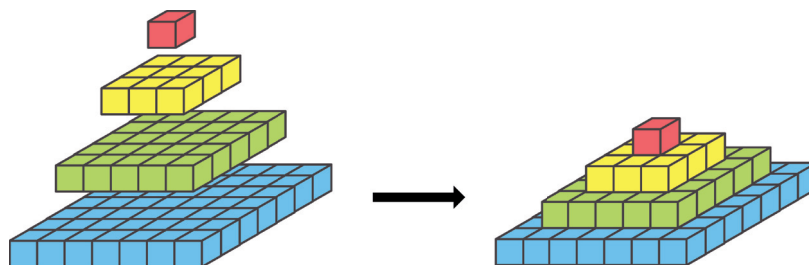
a) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 2 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 3 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Cláudia montou o sólido ao lado, com quatro camadas de cubinhos. Quantos pingos de cola ela usou?



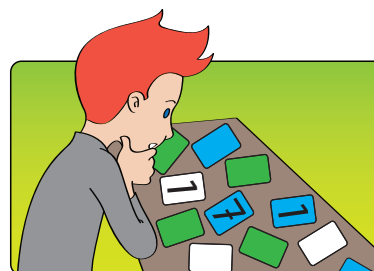
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

a) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

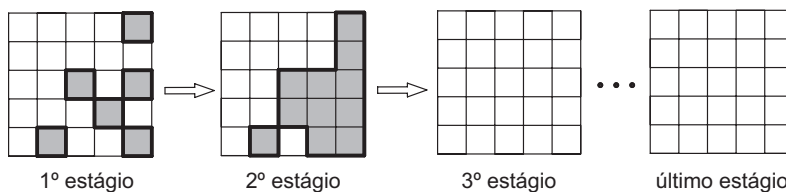
c) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

6. Uma contaminação em um tabuleiro 5×5 , formado por quadrados de 1 cm de lado, propaga-se em estágios de acordo com as seguintes regras:

- quadrados contaminados, indicados em cinza, permanecem contaminados no estágio seguinte;
- um quadrado não contaminado, indicado em branco, torna-se contaminado no estágio seguinte quando tem pelo menos dois lados comuns com quadrados contaminados; caso contrário, permanece não contaminado;
- a contaminação acaba quando não é possível contaminar novos quadrados.

a) Complete a figura abaixo, desenhando o terceiro e o último estágios da contaminação nos respectivos tabuleiros.



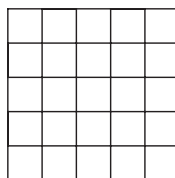
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

O *perímetro de contaminação* de um estágio é a medida do contorno da área contaminada. Por exemplo, os perímetros de contaminação do primeiro e do segundo estágios da contaminação ilustrada são 24 cm e 20 cm, respectivamente, como mostram as linhas em destaque na figura do item a.

b) Escreva os perímetros de contaminação do terceiro e do último estágios da contaminação do item a.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Desenhe um estágio com apenas 5 quadrados contaminados tal que, ao final da contaminação, todo o tabuleiro fique contaminado.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que o perímetro de contaminação nunca aumenta de um estágio para o seguinte.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

e) Explique por que não é possível contaminar todo o tabuleiro a partir de um estágio com menos de 5 quadrados contaminados.

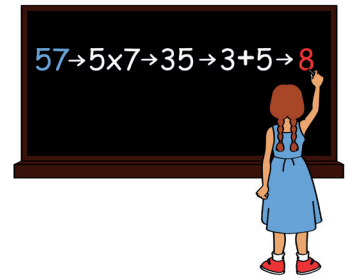
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

1. Cláudia gosta de brincar com números de dois ou mais algarismos. Ela escolhe um desses números, multiplica seus algarismos e, caso o produto tenha mais de um algarismo, ela os soma. Ela chama o resultado final de *transformado* do número escolhido. Por exemplo, o transformado de 187 é 11, pois $1 \times 8 \times 7 = 56$ e $5 + 6 = 11$; já o transformado de 23 é 6, pois $2 \times 3 = 6$.



a) Qual é o transformado de 79?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

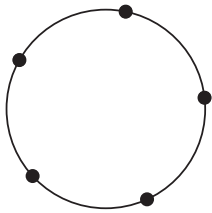
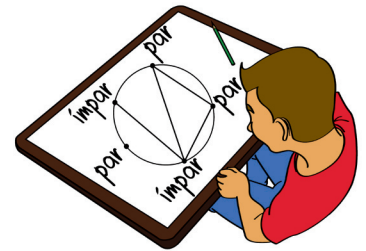
b) Quais são os números de dois algarismos cujo transformado é 3?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Quantos são os números de três algarismos cujo transformado é 0?

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

2. Juquinha marca pontos sobre uma circunferência e traça segmentos ligando alguns desses pontos. Ele chama um ponto de *ponto-ímpar* quando este está ligado a um número ímpar de pontos, e de *ponto-par* caso contrário. Por exemplo, na ilustração ao lado, ele escolheu cinco pontos e fez quatro ligações.



a) Juquinha marcou cinco pontos sobre uma circunferência e traçou todas as ligações possíveis, exceto uma. Quantos pontos-ímpares foram obtidos?

Correção Regional
Correção Nacional

b) Juquinha marcou seis pontos em cada uma das circunferências a seguir. Em cada caso, mostre como obter o número de pontos-ímpares indicado com exatamente cinco ligações.

Faça seu rascunho aqui			
0 pontos-ímpares	2 pontos-ímpares	4 pontos-ímpares	6 pontos-ímpares

Coloque sua resposta aqui			
0 pontos-ímpares	2 pontos-ímpares	4 pontos-ímpares	6 pontos-ímpares

Correção Regional
Correção Nacional

c) Explique por que Juquinha sempre encontrará um número par de pontos-ímpares, quaisquer que sejam o número de pontos que ele marcar e o número de ligações que ele traçar.

Correção Regional
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional
Correção Nacional

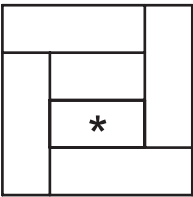
3. Sara recortou três tiras retangulares diferentes de papel.

a) Ela recortou a primeira tira em três retângulos iguais, como na figura abaixo. Com esses retângulos, formou um quadrado de 36 cm^2 de área. Encontre as medidas dos lados dos retângulos que ela recortou.



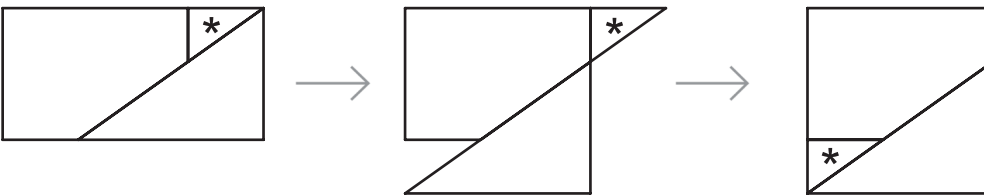
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Ela recortou a segunda tira em seis retângulos de mesma largura e com eles formou um quadrado de 36 cm^2 de área, como na figura. Encontre o perímetro e a área do retângulo indicado com *.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

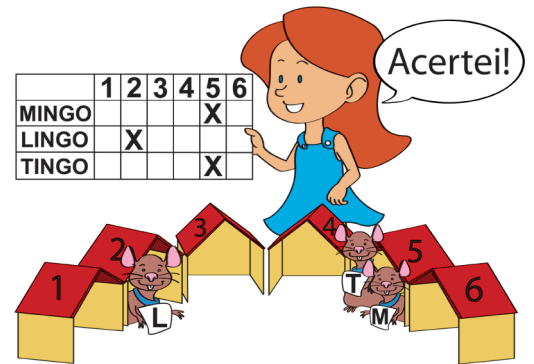
c) As medidas da terceira tira eram $4,5 \text{ cm}$ e 2 cm . Sara recortou essa tira em três pedaços e com eles formou um quadrado, como na figura. Qual é a área do triângulo indicado com *?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
-------	-------------------	-------------------

4. Cristina gosta de adivinhar em quais casinhas seus ratinhos Mingo, Lingo e Tingo irão se esconder, após ser aberta a gaiola em que eles moram. As casinhas são numeradas de 1 a 6 e dois ou mais ratinhos podem se esconder na mesma casinha. Ela registra suas previsões em cartões como os da figura, marcando um X em cada linha.



a) De quantas maneiras Cristina pode preencher um cartão?

Correção Regional	Correção Nacional

b) De quantas maneiras ela pode preencher um cartão, supondo que os ratinhos se esconderão em três casinhas diferentes?

Correção Regional	Correção Nacional

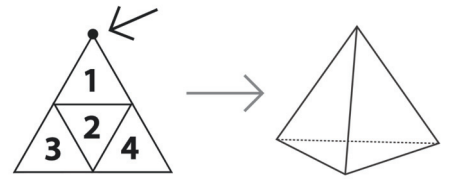
c) De quantas maneiras ela pode preencher um cartão, supondo que dois ratinhos se esconderão em uma mesma casinha e o terceiro em uma casinha diferente?

Correção Regional	Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional

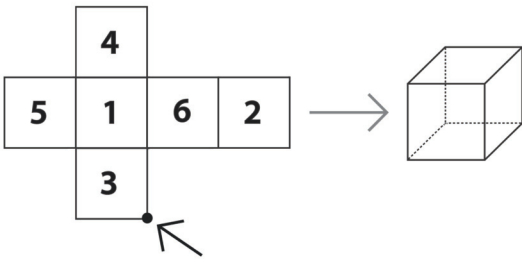
5. As figuras mostram planificações de sólidos com faces numeradas. Após montados esses sólidos, dizemos que o *valor de um vértice* é a soma dos números escritos nas faces que contêm esse vértice. Por exemplo, a figura ao lado mostra a planificação de uma pirâmide; quando essa pirâmide é montada, o valor do vértice correspondente ao ponto indicado na figura é $1 + 3 + 4 = 8$.



a) Qual é o maior valor de um vértice da pirâmide acima?

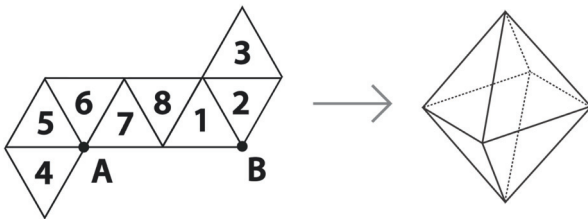
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) A figura mostra a planificação de um cubo. Qual é o valor do vértice correspondente ao ponto indicado?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) A figura mostra a planificação de um sólido chamado *octaedro*. Qual é o valor do vértice correspondente ao ponto A?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Qual é o valor do vértice correspondente ao ponto B na planificação do item anterior?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

6. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Nacional

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 1
5ª e 6ª séries (6º e 7º anos) do Ensino Fundamental
2ª FASE – 11 de setembro de 2010

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

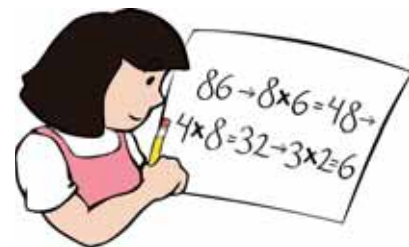
“O que vale na vida não é o ponto de partida e sim a caminhada. Caminhando e semeando, no fim terás o que colher.”

Cora Coralina

Homenagem da OBMEP à grande escritora brasileira Cora Coralina.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Daniela gosta de brincar com números de dois ou mais algarismos. Ela escolhe um desses números, multiplica seus algarismos e repete o procedimento, se necessário, até chegar a um número com um único algarismo, que ela chama de *número-parada* do número escolhido. Por exemplo, o número-parada de 32 é 6, pois $32 \rightarrow 3 \times 2 = 6$ e o número-parada de 236 é 8, pois $236 \rightarrow 2 \times 3 \times 6 = 36 \rightarrow 3 \times 6 = 18 \rightarrow 1 \times 8 = 8$.



a) Qual é o número-parada de 93?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Ache um número de quatro algarismos, sem o algarismo 1, cujo número-parada seja 6.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Quais são os números de dois algarismos cujo número-parada é 2?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Um “matemágico” faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: “Sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois

- some 1, se o cartão for verde;
- some 2, se o cartão for amarelo;
- some 3, se o cartão for azul;
- some 4, se o cartão for vermelho.



Diga-me o resultado final e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu.”

a) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Mariazinha disse “Setenta e seis” para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Após escolher um cartão, Pedrinho disse “Sessenta e um” e o matemágico respondeu “Você errou alguma conta”. Explique como o matemágico pôde saber isso.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. A Professora Clotilde desenhou três figuras no quadro-negro, todas com área igual a 108 cm^2 .

a) A primeira figura é um retângulo que tem um lado de comprimento igual a 12 cm . Qual é o perímetro desse retângulo?

Correção Regional

Correção Nacional

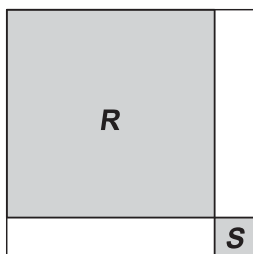
b) A segunda figura é um retângulo dividido em um retângulo branco e um quadrado cinza de área igual a 36 cm^2 , como na figura. Qual é o perímetro do retângulo branco?



Correção Regional

Correção Nacional

c) A terceira figura é um quadrado, que ela dividiu em dois retângulos brancos e dois quadrados cinza R e S , como na figura. O perímetro de um dos retângulos é igual a três vezes o perímetro do quadrado S . Qual é a área do quadrado R ?



Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Dois números naturais formam um *casal* quando eles têm o mesmo número de algarismos e em sua soma aparece apenas o algarismo 9. Por exemplo, 225 e 774 formam um casal, pois ambos têm três algarismos e $225 + 774 = 999$.



a) Qual é o número que forma um casal com 2010?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos são os casais formados por números de dois algarismos?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

Casais especiais são casais em que os dois números têm os mesmos algarismos e, em cada número, os algarismos são distintos. Por exemplo, 36 e 63 formam um casal especial, mas 277 e 722 não.

c) Dê um exemplo de um casal especial com números de quatro algarismos.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que não existem casais especiais com números de três algarismos.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

5. Marcelo cortou um quadrado de 6 cm de lado em duas partes, como na figura 1. O corte foi feito em formato de escada, com segmentos de 1 cm paralelos aos lados do quadrado.

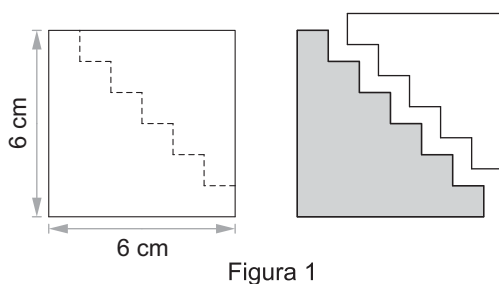


Figura 1

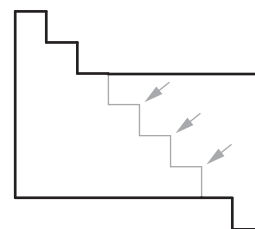


Figura 2

a) Calcule o perímetro e a área da parte cinza na figura 1.

Correção Regional	Correção Nacional

b) A figura 2 foi montada por Marcelo encaixando completamente três degraus (indicados com flechas) de uma das partes na outra parte. Calcule o perímetro e a área dessa figura.

Correção Regional	Correção Nacional

c) Marcelo cortou da mesma maneira um quadrado de 87 cm de lado e montou uma figura encaixando 39 degraus de uma das partes na outra. Calcule o perímetro dessa nova figura.

Correção Regional	Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional

6. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é $5 + 8 + 2 = 15$ e a soma dos números da segunda coluna é $9 + 7 + 8 = 24$. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
			15 24 6

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

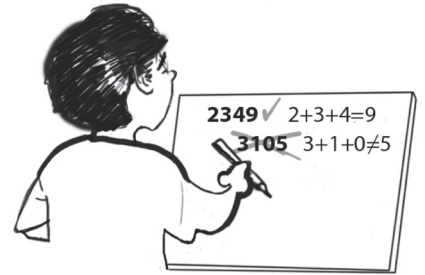
RASCUNHO

Operacionalização:

 Fundação Carlos Chagas

(1) Joãozinho coleciona números naturais cujo algarismo das unidades é a soma dos outros algarismos. Por exemplo, ele colecionou 10023, pois $1 + 0 + 0 + 2 = 3$.

(a) Na coleção de Joãozinho há um número que tem 4 algarismos e cujo algarismo das unidades é 1. Que número é esse?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

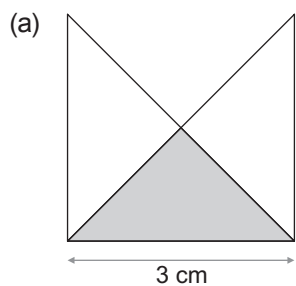
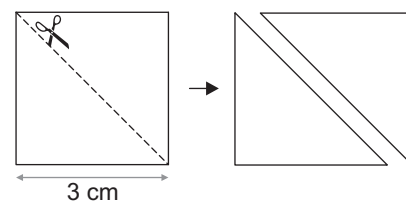
(b) Qual é o maior número sem o algarismo 0 que pode aparecer na coleção?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

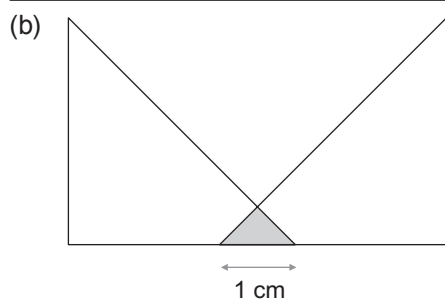
(c) Qual é o maior número sem algarismos repetidos que pode aparecer na coleção?

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

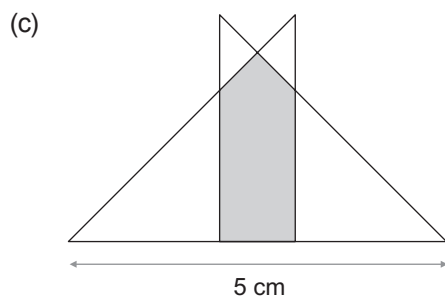
(2) Um quadrado de lado 3 cm é cortado ao longo de uma diagonal em dois triângulos, como na figura. Com esses triângulos formamos as figuras dos itens (a), (b) e (c), nas quais destacamos, em cinza, a região em que um triângulo fica sobre o outro. Em cada item, calcule a área da região cinza.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

(3) Ana e Cristina estão jogando contra Beatriz e Diana. No início de cada partida, elas embaralham nove cartões numerados de 1 a 9 e cada uma pega dois cartões, sobrando sempre um cartão na mesa. Cada menina calcula seus pontos somando os números de seus cartões e o número de pontos da dupla é a soma dos pontos das duas parceiras. Vence a dupla que fizer o maior número de pontos. Veja um exemplo de uma partida na tabela:

	Ana	Cristina	Beatriz	Diana
Cartões retirados	1 e 4	5 e 7	2 e 9	3 e 6
Pontos de cada menina	$1 + 4 = 5$	$5 + 7 = 12$	$2 + 9 = 11$	$3 + 6 = 9$
Pontos da dupla	$5 + 12 = 17$		$11 + 9 = 20$	
Resultado	Beatriz e Diana ganham, pois 20 é maior que 17			



(a) Numa partida, Ana e Cristina tiraram somente cartões com números ímpares, e sobrou o cartão de número 7. Qual foi o resultado da partida? Por quê?

Correção Regional

Correção Nacional

(b) Uma partida pode terminar empatada se sobrar o cartão de número 8? Por quê?

Correção Regional

Correção Nacional

(c) Uma partida pode terminar empatada se sobrar o cartão de número 5? Por quê?

Correção Regional

Correção Nacional

(d) Em outra partida, uma das meninas tirou o cartão de número 3. Ana fez um ponto a menos que Beatriz, que fez um ponto a menos que Cristina, que fez um ponto a menos que Diana. Quantos pontos fez a dupla que ganhou?

Correção Regional

Correção Nacional

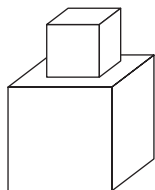
TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

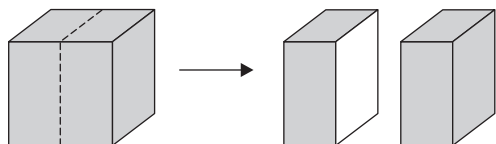
mL é abreviação de mililitro.

(4) Pedro gasta 1 mL de tinta cinza para pintar 100 cm^2 de superfície.



(a) O sólido da figura foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mL de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



(b) Pedro gastou 54 mL de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na figura. Quantos mL a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(c) Pedro gastou 54 mL de tinta para pintar outro cubo. Depois de pintado, esse cubo foi dividido em cubinhos iguais, e Pedro gastou mais 216 mL de tinta para pintar todas as faces dos cubinhos que não estavam pintadas. Em quantos cubinhos ele dividiu o cubo?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(5) Ana quer colorir as bolinhas das figuras 1, 2 e 3 de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que **bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes**.

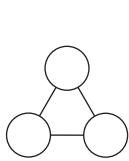
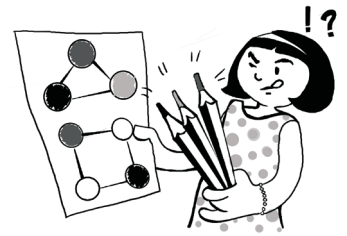


Figura 1

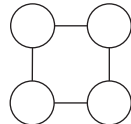


Figura 2

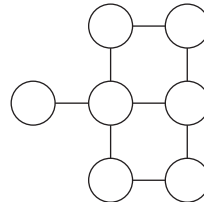
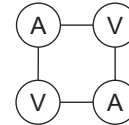
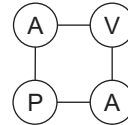
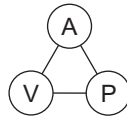
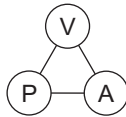


Figura 3

Veja a seguir duas maneiras diferentes de colorir a figura 1 e duas maneiras diferentes de colorir a figura 2:



(a) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 1?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(b) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 2?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(c) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 3?

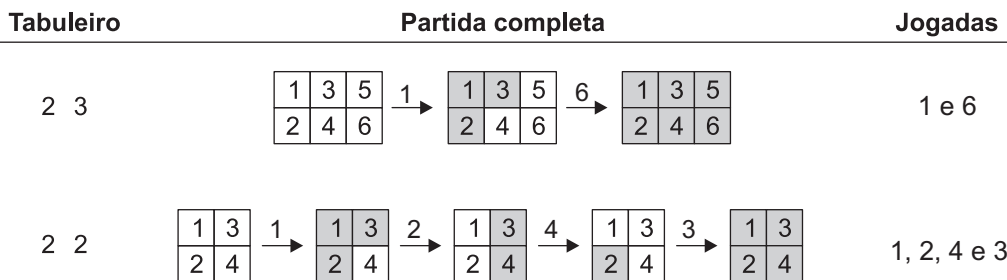
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

Casas vizinhas são casas que têm um lado comum.

(6) No jogo do *Troca-Cor* usa-se um tabuleiro com duas linhas e com quantas colunas quisermos, cujas casas podem mudar da cor branca para cinza e vice-versa. As casas da 1ª linha são numeradas com os números ímpares e as da 2ª linha com os números pares. Em cada jogada aperta-se uma casa e, então, essa casa e as casas vizinhas mudam de cor. Uma *partida completa* começa com todas as casas brancas e termina quando todas ficam cinzas. Veja dois exemplos de partidas completas (os números acima das flechas indicam a casa apertada em cada jogada):



(a) Escreva as jogadas de uma partida completa nos tabuleiros ao lado.

1	3	5	7	9
2	4	6	8	10

1	3	5	7
2	4	6	8

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(b) Explique como jogar uma partida completa no tabuleiro 2 100.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(c) Explique como jogar uma partida completa com exatamente 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

(d) Explique por que não é possível jogar uma partida completa com menos que 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

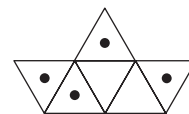
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

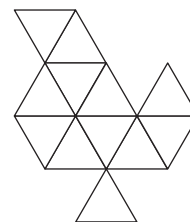
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

RASCUNHO

(1) Nesta questão todas as figuras são formadas por triângulos iguais. Veja como Chico Bento marcou $\frac{2}{3}$ dos triângulos da figura ao lado.

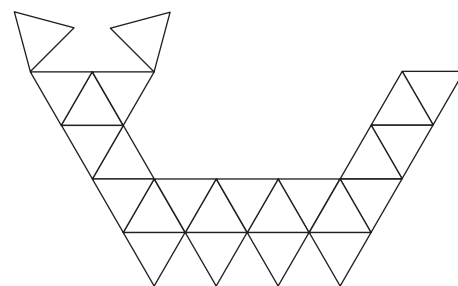


(a) Agora, marque você $\frac{3}{4}$ dos triângulos da figura ao lado. Quantos triângulos você marcou?



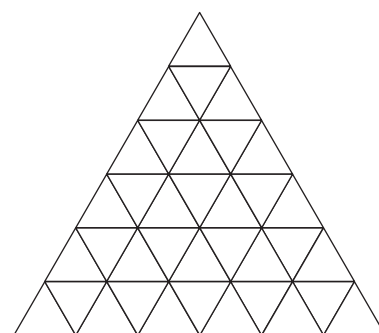
--	--

(b) Ajude Chico Bento marcando mais que $\frac{1}{4}$ e menos que $\frac{1}{3}$ dos triângulos da figura ao lado. Quantos triângulos você marcou?



--	--

(c) Chico Bento marcou $\frac{7}{12}$ dos triângulos da figura com a letra **C** e Doralina, por sua vez, marcou $\frac{3}{4}$ dos triângulos com a letra **D**, de modo que todos os triângulos ficaram marcados. O número de triângulos marcados com duas letras corresponde a qual fração do número total de triângulos?



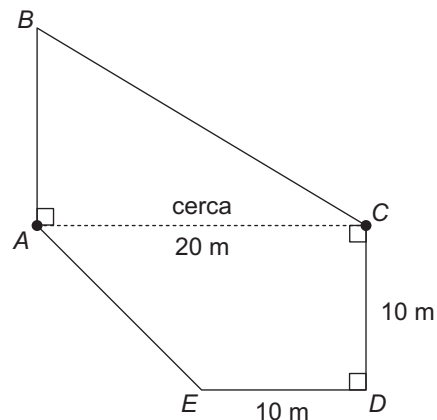
--	--

TOTAL

--	--

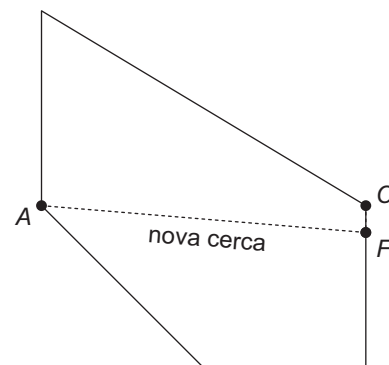
(2) A figura ao lado representa o terreno de Dona Idalina. Esse terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC . A parte triangular ABC tem área igual a 120 m^2 .

(a) Qual é a área total do terreno?



--	--

(b) Dona Idalina quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na figura, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF ?



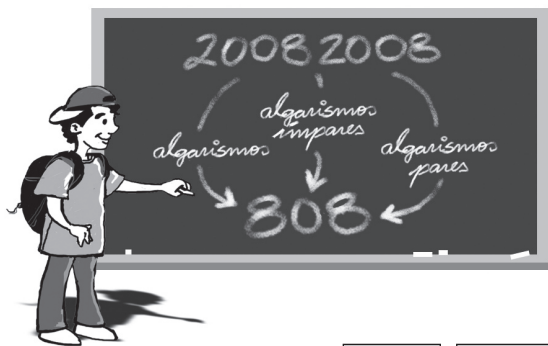
--	--

TOTAL

--	--

(3) Para obter o *resumo* de um número de até 9 algarismos, deve-se escrever quantos são seus algarismos, depois quantos são seus algarismos ímpares e finalmente quantos são seus algarismos pares.

Por exemplo, o número 9103405 tem 7 algarismos, sendo 4 ímpares e 3 pares, logo seu resumo é 743.



(a) Encontre um número cujo resumo seja 523.

--	--

(b) Encontre um número que seja igual ao seu próprio resumo.

--	--

(c) Para qualquer número de até 9 algarismos, podemos calcular o resumo do resumo de seu resumo. Mostre que esse procedimento leva sempre a um mesmo resultado, qualquer que seja o número inicial.

--	--

TOTAL

--	--

(4) O *troca-inverte* é uma brincadeira com números em que há dois tipos de movimentos:

- *troca*: separar o número em dois grupos e trocar a ordem desses grupos;
- *inverte*: escrever o número na ordem inversa.

Por exemplo, começando com 35421 podemos obter 31245, como mostrado abaixo.



(a) Brincando com o troca-inverte e começando com 123456, como podemos obter 165432?

--	--

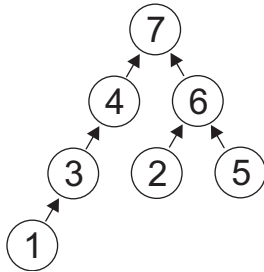
(b) Brincando com o troca-inverte e começando com 123, como podemos obter todos os outros cinco números de três algarismos diferentes que podem ser escritos com 1, 2 e 3?

--	--

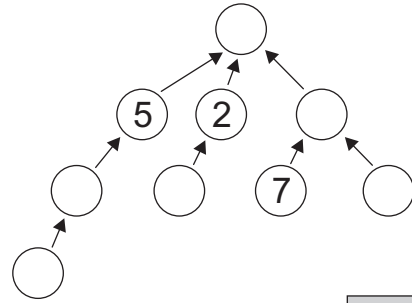
(c) Por que, no troca-inverte, começando com 123456 é impossível obter 243156?

TOTAL

(5) Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi *bem preenchida*.

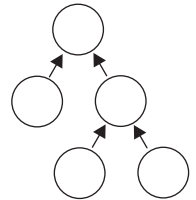


(a) Complete a figura abaixo com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.



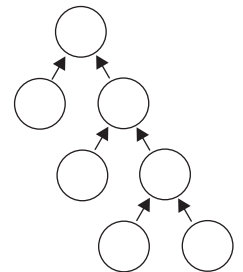
--	--

(b) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?



--	--

(c) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



--	--

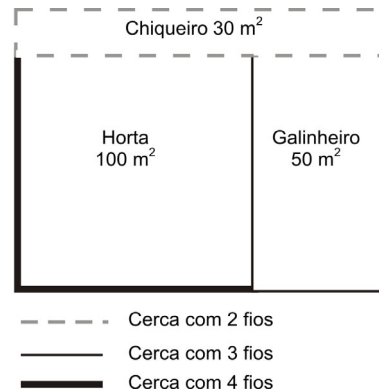
TOTAL

--	--

RASCUNHO

1) João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

- (a) Qual é a área do terreno do João Grilo?
- (b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?
- (c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?



(a)

--	--

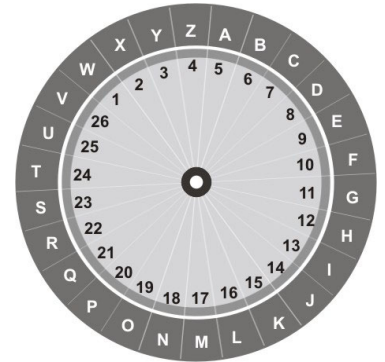
(b)

--	--

(c)

TOTAL

(2) Um antigo método para codificar palavras consiste em escolher um número de 1 a 26, chamado *chave* do código, e girar o disco interno do aparelho ilustrado na figura até que essa chave corresponda à letra A. Depois disso, as letras da palavra são substituídas pelos números correspondentes, separados por tracinhos. Por exemplo, na figura ao lado a chave é 5 e a palavra *PAI* é codificada como 20-5-13.



(a) Usando a chave indicada na figura, descubra qual palavra foi codificada como 23-25-7-25-22-13.

(b) Codifique *OBMEP* usando a chave 20.

(c) Chicó codificou uma palavra de 4 letras com a chave 20, mas esqueceu-se de colocar os tracinhos e escreveu 2620138. Ajude o Chicó colocando os tracinhos que ele esqueceu e depois escreva a palavra que ele codificou.

(d) Em uma outra chave, a soma dos números que representam as letras A, B e C é 52. Qual é essa chave?

(a)

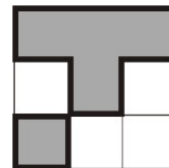
(b)

(c)

(d)

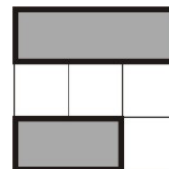
TOTAL

(3) Em um tabuleiro quadrado, dividido em nove quadradinhos com lados de 1 cm, podemos fazer várias figuras pintando exatamente cinco desses quadradinhos de cinza. Dizemos que o *perímetro* de uma dessas figuras é o comprimento do seu contorno. Por exemplo, o perímetro das duas figuras ao lado é 14 cm.



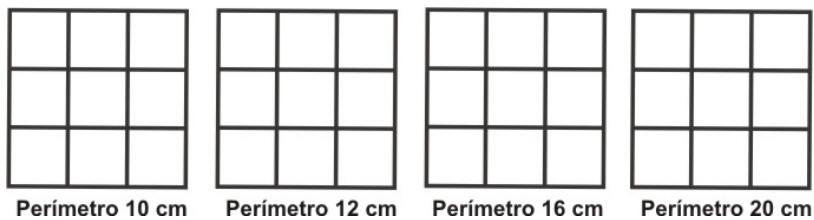
(a) Desenhe figuras formadas por cinco quadradinhos e com os perímetros indicados.

(b) Explique porque o maior perímetro possível de uma figura formada por cinco quadradinhos é 20 cm.



(c) Explique porque o perímetro de qualquer figura formada por cinco quadradinhos é um número par de centímetros.

(a)



(b)



(c)

TOTAL

(4) A professora da Dorinha passou para seus alunos um questionário com duas perguntas: (1) “Você come peixe?” e (2) “Você come verdura?”. Todos os alunos responderam às duas perguntas e a professora, depois de ler as respostas, calculou as frações

$$\frac{\text{número de alunos que comem peixe}}{\text{total de alunos}} = \frac{13}{18} \quad \text{e} \quad \frac{\text{número de alunos que comem verdura}}{\text{total de alunos}} = \frac{5}{12}.$$

(a) Ajude a professora, completando a tabela com as frações que estão faltando.

(b) Observando a tabela, Dorinha afirmou que havia alunos que comiam tanto peixe como verdura. Explique como ela chegou a essa conclusão.

(c) Analisando os questionários, a professora notou que todos os alunos que comem verdura também comem peixe e que 22 alunos comem peixe mas não comem verdura. Quantos alunos não comem verdura?



(a)

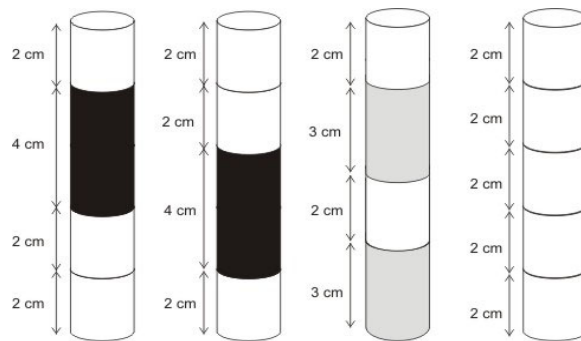
	<i>peixe</i>	<i>verdura</i>
<i>sim</i>	$\frac{13}{18}$	$\frac{5}{12}$
<i>não</i>		

(b)

(c)

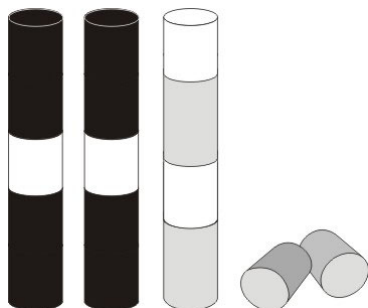
<input type="text"/>	<input type="text"/>
TOTAL	<input type="text"/>

(5) Caroba tem várias peças em forma de cilindro, de três tipos: brancas de 2 cm de altura, cinzas de 3 cm de altura e pretas de 4 cm de altura. Com essas peças ela pode montar torres de 10 cm de altura de várias maneiras diferentes, algumas delas ilustradas na figura. Descrevemos cada torre listando as alturas de suas peças, de baixo para cima; por exemplo, as torres ao lado são descritas por (2,2,4,2), (2,4,2,2), (3,2,3,2) e (2,2,2,2,2).



(2,2,4,2) (2,4,2,2) (3,2,3,2) (2,2,2,2,2)

(a) Descreva todas as diferentes torres de 10 cm que a Caroba pode fazer com três peças.



(b) Com 12 peças, sendo 4 de cada uma das cores, a Caroba conseguiu montar 3 torres de 10 cm, tendo sobrado 2 peças de 3 cm, como na figura ao lado.

Descreva como a Caroba pode montar 7 torres de 10 cm, se ela possuir 27 peças, sendo 9 de cada uma das cores.

(c) Explique porque a Caroba não vai conseguir montar 8 torres de 10 cm, se ela possuir 27 peças, sendo 9 de cada uma das cores.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

--	--

TOTAL

(6) Os times A , B , C , D e E disputaram, entre si, um torneio de futebol com as seguintes regras:

- o vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- em caso de empate cada um dos times ganha 1 ponto;
- cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.



O campeão do torneio foi o time A , seguido na classificação por B , C , D e E , nessa ordem. Além disso

- o time A não empatou nenhuma partida;
- o time B não perdeu nenhuma partida;
- todos os times terminaram o torneio com números diferentes de pontos.

(a) O time A ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time B ? Por quê?

(b) Com quantos pontos o time A terminou o torneio? Por quê?

(c) Explique porque o time B obteve um número par de pontos nesse torneio.

(d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe, em cada coluna da tabela, um círculo em volta do nome do time ganhador ou em volta do x , em caso de empate.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

(d)

A	A	A	A	B	B	B	C	C	D
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
B	C	D	E	C	D	E	D	E	E

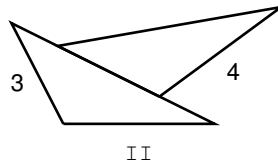
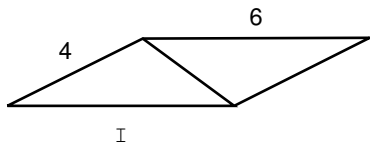
--	--

--	--

TOTAL

RAASCUNHO

(1) Miguilim brinca com dois triângulos iguais cujos lados medem 3 cm, 4 cm e 6 cm. Ele forma figuras planas unindo um lado de um triângulo com um lado do outro, sem que um triângulo fique sobre o outro. Abaixo vemos duas das figuras que ele fez.



- Quais os comprimentos dos lados que foram unidos nas figuras I e II?
- Calcule os perímetros das figuras I e II.
- Qual o **menor** perímetro de uma figura que Miguilim pode formar? Desenhe duas figuras que ele pode formar com esse perímetro.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

TOTAL

--	--

(2) Os alunos do professor Augusto Matraga fizeram quatro provas bimestrais no ano. O professor pede a cada aluno que escolha três dessas provas e depois calcula a média anual, até a primeira casa depois da vírgula, pela fórmula

$$\text{média anual} = \frac{10 \times (\text{total de questões respondidas corretamente nas três provas escolhidas})}{\text{total de questões das três provas escolhidas}}$$



Veja os resultados do aluno Quim durante o ano:

Resultados do Quim				
Bimestre	1º	2º	3º	4º
Questões respondidas corretamente	20	6	32	40
Número de questões da prova	20	10	40	40

- (a) Qual será a média anual do Quim se ele escolher as provas dos três primeiros bimestres? E se ele escolher as provas dos três últimos?
- (b) Complete a tabela abaixo com a porcentagem de acertos do Quim em cada prova.
- (c) Quim acha que sua média anual será a mais alta possível se escolher as três provas com as maiores porcentagens de acerto. Ele está certo? Por quê?

(a)

--	--

(b)

Bimestre	1º	2º	3º	4º
Porcentagem de Acerto				

--	--

(c)

--	--

TOTAL

--	--

(3) Um número A de dois algarismos é um *supernúmero* se é possível encontrar dois números B e C , ambos também de dois algarismos, tais que:

- $A = B + C$;
- soma dos algarismos de $A =$ (soma dos algarismos de B) + (soma dos algarismos de C).

Por exemplo, 35 é um supernúmero. Duas maneiras diferentes de mostrar isto são $35 = 11 + 24$ e $35 = 21 + 14$, pois $3 + 5 = (1 + 1) + (2 + 4)$ e $3 + 5 = (2 + 1) + (1 + 4)$. A **única** maneira de mostrar que 21 é um supernúmero é $21 = 10 + 11$.



- (a) Mostre de duas maneiras diferentes que 22 é um supernúmero e de três maneiras diferentes que 25 é um supernúmero.
- (b) De quantas maneiras diferentes é possível mostrar que 49 é um supernúmero?
- (c) Quantos supernúmeros existem?

(a)

--	--

(b)

--	--

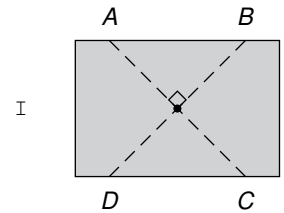
(c)

--	--

TOTAL

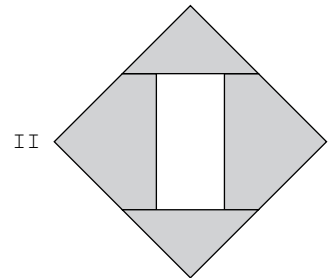
--	--

(4) Uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foi cortada ao longo das linhas tracejadas AC e BD em quatro pedaços: dois triângulos iguais e dois polígonos iguais de cinco lados cada um, como na figura I.



Os segmentos AC e BD têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos.

- (a) Qual é o comprimento do segmento AB ?
- (b) Qual é a área de um pedaço triangular? E de um pedaço de cinco lados?
- (c) Com os quatro pedaços podemos montar um quadrado com um buraco retangular, como na figura II. Qual é a área do buraco?



(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

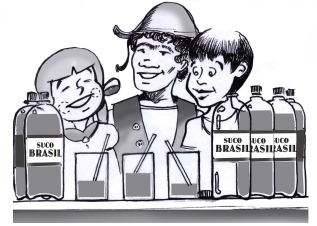
--	--

TOTAL

--	--

(5) Diadorim, Mimita e Riobaldo dividiram todo o conteúdo de uma garrafa de suco em três copos iguais, enchendo metade do copo de Diadorim, um terço do copo de Mimita e um quarto do copo de Riobaldo.

- (a) Como cada um queria um copo cheio de suco, eles abriram outras garrafas iguais à primeira até encher completamente os copos. Quantas garrafas a mais eles tiveram que abrir?
- (b) Se o suco de uma garrafa tivesse sido dividido igualmente entre eles, que fração de cada copo conteria suco?



(a)

--	--

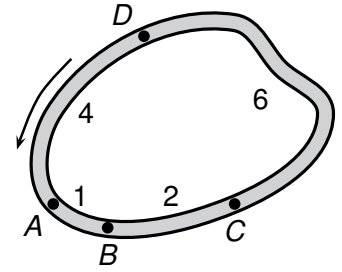
(b)

--	--

TOTAL

--	--

(6) A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postos A , B , C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha.



Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em D e chegada em A .

- (a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
- (b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?
- (c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

(a)

--	--

(b)

--	--

(c)

--	--

TOTAL

--	--

RASCUNHO



Somando novos talentos para o Brasil

Nível 1

5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental

2ª FASE - 8 de outubro de 2005

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome do(a) aluno(a): _____

Assinatura do(a) aluno(a): _____

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da equipe da OBMEP!



Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação



“Tudo vem dos sonhos. Primeiro sonhamos, depois fazemos.”

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Monteiro Lobato.

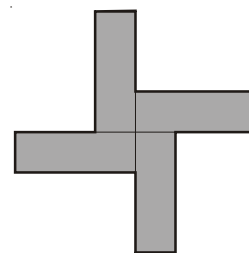
INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva e assine o seu nome nos locais indicados e assine a lista de presença.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 20 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar.
- O que você escrever na página de rascunho não será considerado.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
- Não é permitido comunicar-se com outras pessoas além do aplicador.
- Não escreva nos espaços sombreados.

	Nota 1	Nota 2
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	<input type="text"/>
TOTAL	<input type="text"/>	<input type="text"/>

QUESTÃO 1

Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura, formando a figura ao lado.



- A) Qual é o perímetro da figura?
- B) Qual é o menor número de retângulos de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura que é necessário juntar a essa figura para se obter um quadrado? Faça um desenho ilustrando sua resposta.
- C) Qual é a área do quadrado obtido no item anterior?

A)

--	--

B)

--	--

C)

--	--

--	--

QUESTÃO 2

Numa aula de Matemática, a professora inicia uma brincadeira, escrevendo no quadro-negro um número. Para continuar a brincadeira, os alunos devem escrever outro número, seguindo as regras abaixo:

- (1) Se o número escrito só tiver um algarismo, ele deve ser multiplicado por 2.
- (2) Se o número escrito tiver mais de um algarismo, os alunos podem escolher entre apagar o algarismo das unidades ou multiplicar esse número por 2.

Regras da Brincadeira	
Números com 1 algarismo	Números com mais de 1 algarismo
<i>multiplicar por 2</i>	<i>multiplicar por 2 OU apagar o algarismo das unidades</i>

Depois que os alunos escrevem um novo número a brincadeira continua com este número, sempre com as mesmas regras

Veja a seguir dois exemplos desta brincadeira, um começando com 203 e o outro com 4197:

$$203 \xrightarrow{\text{dobra}} 406 \xrightarrow{\text{apaga}} 40 \xrightarrow{\text{apaga}} 4 \dots$$

$$4197 \xrightarrow{\text{apaga}} 419 \xrightarrow{\text{dobra}} 838 \xrightarrow{\text{apaga}} 83 \dots$$

- A) Comece a brincadeira com o número 45 e mostre uma maneira de prosseguir até chegar ao número 1.
- B) Comece agora a brincadeira com o número 345 e mostre uma maneira de prosseguir até chegar ao número 1.
- C) Explique como chegar ao número 1 começando a brincadeira com qualquer número natural diferente de zero.

A)

--	--

B)

--	--

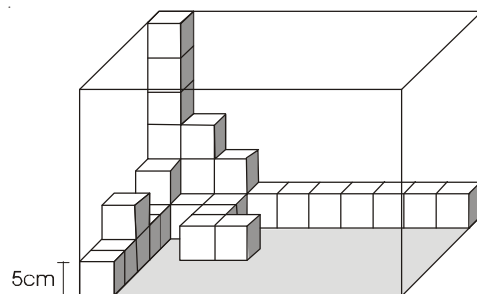
C)

--	--

--	--

QUESTÃO 3

Emília quer encher uma caixa com cubos de madeira de 5 cm de aresta. Como mostra a figura, a caixa tem a forma de um bloco retangular, e alguns cubos já foram colocados na caixa.



- A) Quantos cubos Emília já colocou na caixa?
- B) Calcule o comprimento, a largura e a altura da caixa.
- C) Quantos cubos ainda faltam para Emília encher a caixa completamente, se ela continuar a empilhá-los conforme indicado na figura?

A)

--	--

B)

--	--

C)

--	--

--	--

QUESTÃO 4

A caminhonete do Tio Barnabé pode carregar até 2000 quilos. Ele aceita um serviço para transportar uma carga de 150 sacas de arroz de 60 quilos cada e 100 sacas de milho de 25 quilos cada.

- A) Você acha possível que o Tio Barnabé faça esse serviço em cinco viagens? Por quê?
 - B) Descreva uma maneira de fazer o serviço em seis viagens.
-

A)

--	--

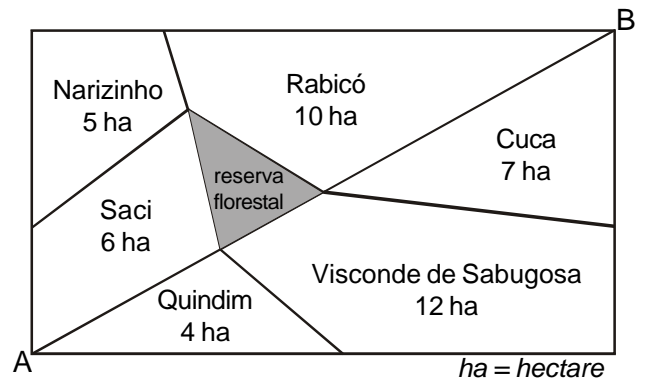
B)

--	--

--	--

QUESTÃO 5

Dona Benta dividiu o Sítio do Picapau Amarelo entre seis personagens, mantendo uma parte do Sítio como reserva florestal. A divisão está indicada na figura, onde a área de cada personagem é dada em hectares e a área sombreada é a reserva florestal. O Sítio tem formato retangular e AB é uma diagonal.



- A) Qual é a área da reserva florestal?
- B) Para preparar os terrenos para o plantio, cada um dos seis personagens gastou uma quantia proporcional à área de seu terreno. O Quindim e a Cuca gastaram, juntos, R\$ 2.420,00. Quanto foi que o Saci gastou?

A)

--	--

B)

--	--

--	--

QUESTÃO 6

Pedrinho escreveu todos os números inteiros compreendidos entre 100 e 999 cuja soma dos algarismos é 12. Por exemplo, os números 129 e 750 aparecem entre os números escritos.

- A) Quantos números escritos têm apenas dois algarismos iguais?
B) Quantos números escritos são formados apenas por algarismos ímpares?

A)

--	--

B)

--	--

--	--

ATENÇÃO: *O que você escrever nessa página não será considerado na correção.*

RASCUNHO