APOSTILA PREPARATÓRIA PARA A

OBMEP

ORGANIZAÇÃO TIME VENN

NÍVEL 2 FASE 2

original TIMEVENN

Prezados;

A melhor forma de fixar conhecimento e lapidar as dificuldades é por meio de exercícios. A presente apostila contém todos os problemas da OBMEP da fase e do nível especificados na capa, organizados por ano de prova. Convido todos a “maratonarem" esses exercícios, tanto para se acostumarem com o estilo da prova, quanto para identificar suas maiores dificuldades pessoais, lapidando-as cada dia mais.

CONSELHOS PARA CONQUISTAR UMA MEDALHA

1 ➢ Conferir seu desempenho na 1° fase

Realize provas da 1° fase até se sentir seguro. Uma pontuação entre 15 e 16 pontos é um bom indicador, mas não desanime caso não aconteça. Quando se sentir preparado, comece a resolver questões da 2° fase (não necessariamente já precisa ter passado a primeira). De qualquer forma, o segredo é não desistir; só conquista quem persiste.

2 ➢ Otimize seu tempo

Seja íntimo das apostilas da 1° e da 2° fase. Aproveite cada intervalo de tempo livre: exercite no intervalo de uma consulta, depois de terminar um exercício na sala de aula... Aproveite todas as brechas para exercitar; de pouco em pouco você verá o quanto valeu a pena.

3 ➢ Observe seus pontos fracos

Perceba quais tipos de questões ou quais assuntos te levam mais recorrentemente ao erro e busque exercitá-los (sanando dúvidas e revisando o conteúdo). Estamos sempre aqui para ajudar e lembre-se: o erro é sempre a melhor forma de evoluir.

4 ➢ Cuide da sua explicação

Para a segunda fase, é fundamental que você saiba explicar qual o raciocínio utilizou ao resolver o exercício, portanto aprenda a traduzir seus pensamentos com clareza, e, acima de tudo, organização. Quando for escrever, imagine que alguém que não sabe como resolver a questão precise entendê-la a partir de sua descrição e, dessa forma, você vai perceber que uma linguagem simples é muito melhor. Sempre confira suas respostas com o gabarito oficial ou peça que algum monitor ou professor corrija. Sintam-se à vontade para enviar qualquer dúvida no nosso instagram @timevenn, vai ser um prazer ajudá-los.

5 ➢ Simule seu tempo

De tempo em tempo, separe um dia para simular as condições da prova. Separe um caderno desta apostila, um lugar que possa se concentrar e tente resolver as questões no tempo que terá de fato no dia oficial. Esse passo é muito importante para que se acostume a solucionar as questões mais rapidamente.

6 ➢DESISTIR JAMAIS!

Mais importante do que uma medalha é o conhecimento e o crescimento pessoal adquiridos ao longo dos estudos, essa é a verdadeira conquista. Torne o processo prazeroso, divertido e desafiador. Confiamos em vocês e boa sorte em suas jornadas olímpicas!!

Esta apostila declara agradecimentos especiais aos seus contribuintes que, com esforço e dedicação buscam compartilhar o conhecimento; Gabriel Gomide, Gabriela Taniguchi, Luis Costa e Matheus Albeny.

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

19ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP-IMPA 2024

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª Fase - 19 de outubro de 2024

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) | Bairro

Cidade | UF/Estado | CEP

Endereço eletrônico (*e-mail*) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep* *https://www.instagram.com/obmep_oficial/*

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita usando-se lápis ou caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:

a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;

b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;

c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, etc.);

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

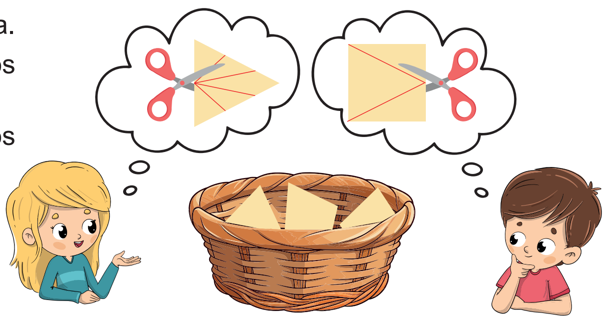
APOIO
CAPES
CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
SBM

REALIZAÇÃO
impa Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

1. Ana e Pedro cortam pedaços de papel que estão em uma cesta.

- Sempre que Ana pega um pedaço, corta em cinco pedaços e devolve todos eles para a cesta.
- Sempre que Pedro pega um pedaço, corta em três pedaços e devolve todos eles para a cesta.

Inicialmente há três pedaços de papel na cesta.



a) Quantos pedaços de papel ficarão na cesta depois de Ana e Pedro pegarem um pedaço cada um e devolverem os pedaços cortados para a cesta?

CR CN

b) Descreva uma maneira de Ana e Pedro pegarem, cortarem e devolverem todos os pedaços de papel da cesta para que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta fique com 11 pedaços.

CR CN

c) Explique por que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta nunca ficará com 2024 pedaços após Ana e Pedro devolverem todos os pedaços cortados para a cesta.

CR CN

TOTAL CR CN

2. Em uma brincadeira, Euclides escolhe um número natural, coloca esse número no topo do tabuleiro ao lado e realiza o seguinte procedimento:

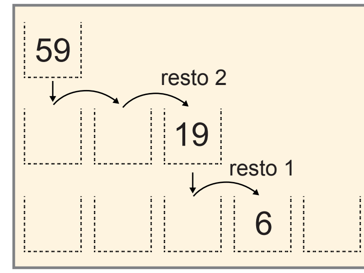
- divide o número escolhido por 3 e anota o quociente e o resto;
- se o resto for 0 coloca o quociente logo abaixo do número;
- se o resto for 1 coloca o quociente deslocando uma casa para a direita;
- se o resto for 2 coloca o quociente deslocando duas casas para a direita.

$$\begin{array}{r|l} 59 & 3 \\ \hline 2 & 19 \end{array}$$

$$59 = 19 \times 3 + 2$$

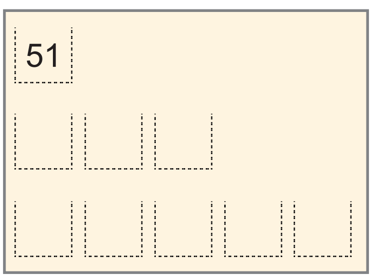
$$\begin{array}{r|l} 19 & 3 \\ \hline 1 & 6 \end{array}$$

$$19 = 6 \times 3 + 1$$



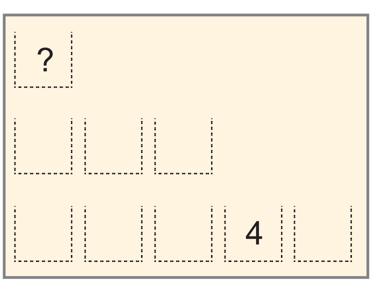
A seguir, ele repete o mesmo procedimento para o quociente obtido. Na figura vemos a brincadeira de Euclides que começa com 59 e termina com o 6 na quarta casa da base do tabuleiro.

a) Faça a brincadeira de Euclides com o número 51.



CR CN

b) Quais números Euclides pode ter escolhido se a brincadeira terminou com o 4 na quarta casa da base do tabuleiro?



CR CN

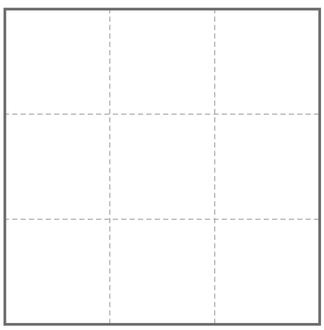
c) Quantos números entre 10 e 99 começam uma brincadeira de Euclides que termina na quarta casa da base do tabuleiro?

CR CN

TOTAL CR CN

3. Um quadrado com área igual a 36 cm² foi recortado nas seis peças da figura. Foram feitos oito cortes retos, quatro de um mesmo tamanho maior e outros quatro de um mesmo tamanho menor, em ângulos múltiplos de 45º.

a) Desenhe no quadrado abaixo como poderiam estar as peças antes de recortadas.



CR CN

b) Qual é a área de uma peça pentagonal?

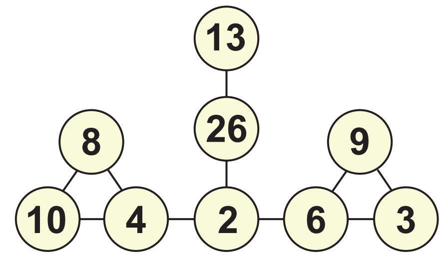
CR CN

c) Qual é a razão entre as áreas da menor e da maior peça quadrada?

CR CN

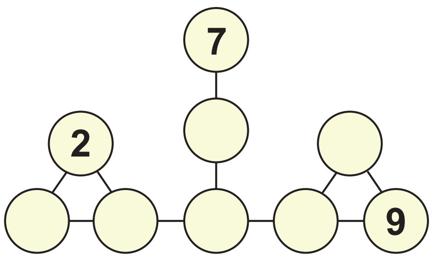
TOTAL CR CN

4. Os círculos do diagrama devem ser preenchidos com números naturais diferentes. Dois números escritos em círculos ligados por um segmento devem ter um divisor comum maior do que 1. Por exemplo, 8 e 15 nunca vão ser escritos em círculos ligados por um segmento. Ao lado temos um exemplo de preenchimento.



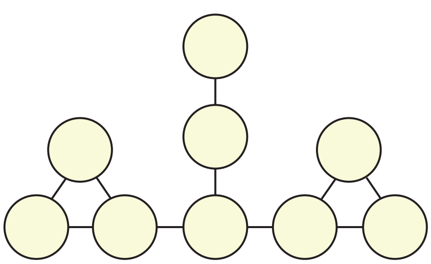
O conjunto dos números naturais é {1, 2, 3,...}

a) Faça um preenchimento para os círculos vazios abaixo.



CR CN

b) Preencha os círculos abaixo de modo que o maior número escrito seja 12.



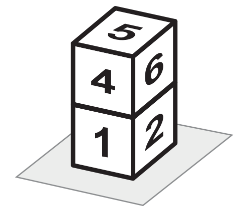
CR CN

c) Explique por que é impossível preencher os círculos de modo que o maior número escrito seja menor do que 12.

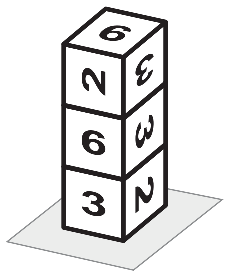
CR CN

TOTAL CR CN

5. Marina tem vários dados idênticos com faces numeradas de 1 a 6. Nesses dados, a soma dos números em faces opostas é sempre igual a 7. Ela junta ou empilha alguns desses dados sobre uma mesa e anota a soma de todos os números que consegue ver ao dar uma volta ao redor da mesa. Por exemplo, para os dados a figura ao lado ela anotou o número 33.

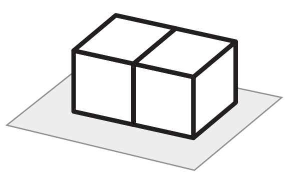


a) Qual é o número que Marina deve anotar para os dados da figura abaixo?



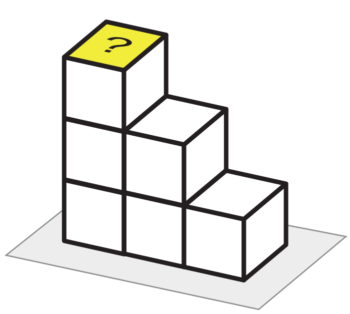
CR CN

b) Qual é o menor número possível que Marina pode anotar para dois dados juntos sobre a mesa, como indicado na figura abaixo?



CR CN

c) Marina anotou o número 88 para uma pilha de dados como indicado na figura abaixo. Quais números podem ficar no topo dessa pilha? Justifique sua resposta.



CR CN

TOTAL CR CN

6. A ordenação *linha-coluna crescente* dos números inteiros de 1 a 12 em uma tabela com três linhas e quatro colunas é feita primeiro nas linhas e, depois, nas colunas. A figura mostra um exemplo dessa ordenação.

9	3	8	12
6	4	1	5
11	10	2	7

→ ordenação nas linhas

3	8	9	12
1	4	5	6
2	7	10	11

→ ordenação nas colunas

1	4	5	6
2	7	9	11
3	8	10	12

a) Faça a ordenação linha-coluna crescente dos números na tabela abaixo.

12	10	2	5
6	11	7	4
9	3	8	1

→ ordenação nas linhas

→ ordenação nas colunas

CR CN

b) A ordenação linha-coluna crescente foi feita numa tabela e o número 5 ficou posicionado como abaixo. Complete o tabuleiro mostrando uma maneira de como os outros números podem ter ficado na tabela.

			5

CR CN

c) A ordenação linha-coluna crescente foi feita numa tabela, e um número *x* ficou posicionado como abaixo. Explique por que *x* é o maior número na região cinza da tabela.

		x	

CR CN

d) Pinte na tabela abaixo as casas em que o 5 pode ficar após uma ordenação linha-coluna crescente.

CR CN

TOTAL CR CN

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

18ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP-IMPA
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª Fase - 07 de outubro de 2023

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF/Estado

CEP

Endereço eletrônico (*e-mail*)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep* *https://www.instagram.com/obmep_oficial/*

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o ínicio da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, etc.);

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO
CAPES
CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
SBM

REALIZAÇÃO
impa Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

1. Aninha tem nove cartões numerados de 1 a 9. Ela forma sequências com esses cartões colocando alguns deles lado a lado. Uma sequência de Aninha é chamada de *especial* quando, para quaisquer dois cartões vizinhos, o número de um deles é múltiplo do número do outro.

Sequência especial	Sequência especial	Sequência **não** especial
3 9	2 6 1 5	4 2 3

a) Apresente uma sequência especial com sete cartões começando com 6 e 2.

6	2					

CR CN

b) Apresente uma sequência especial com oito cartões.

CR CN

c) Apresente uma sequência especial com três cartões em que apareçam os cartões 5 e 7.

CR CN

d) Explique por que é impossível formar uma sequência especial com os nove cartões.

CR CN

TOTAL CR CN

2. Carlinhos fez todas as adições possíveis com três parcelas diferentes, em que cada parcela é um número de três algarismos iguais, sempre colocando as parcelas em ordem crescente. Por exemplo, 222 + 555 + 888 e 444 + 777 + 888 foram adições feitas por Carlinhos. Ele não fez a adição 222 + 888 + 555, pois as parcelas não estão em ordem crescente, nem a adição 444 + 444 + 777, pois nela existem parcelas iguais.

a) Escreva uma adição que Carlinhos fez em que o resultado é 1332.

CR CN

b) Escreva todas as adições que Carlinhos fez em que o resultado é 2109.

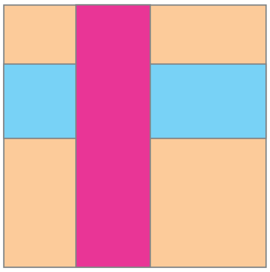
CR CN

c) Explique por que 2109 é o único resultado das adições que Carlinhos fez em que o algarismo das dezenas é diferente do algarismo das centenas.

CR CN

TOTAL CR CN

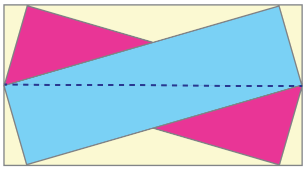
3. Marco ganhou dois tapetes retangulares medindo 2 metros de largura por 7 metros de comprimento cada um. Inicialmente, Marco colocou os dois tapetes de modo a encaixá-los exatamente sobre o piso de uma sala quadrada, conforme mostrado na figura.



a) Qual é a área do piso da sala não coberta pelos tapetes?

CR CN

Depois, Marco resolveu tirar os tapetes dessa sala e colocá-los em um quarto retangular, conforme indicado na figura. A linha tracejada é uma diagonal comum a ambos os tapetes. Todos os vértices dos tapetes estão sobre o contorno do piso.



b) Qual é a área do piso do quarto?

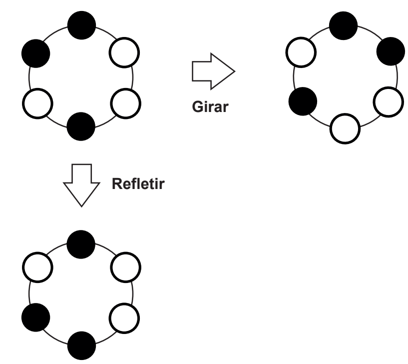
CR CN

c) Explique por que a área do piso do quarto não coberta pelos tapetes é igual à área da sobreposição dos tapetes.

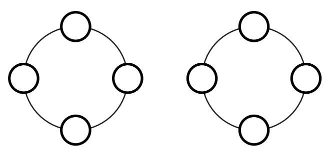
CR CN

TOTAL CR CN

4. Isabel faz pulseiras com bolinhas pretas e brancas igualmente espaçadas entre si. Girar ou refletir a pulseira não produz uma pulseira diferente. A figura mostra uma mesma pulseira em três posições diferentes sobre uma mesa.



a) Com duas bolinhas pretas e duas brancas, Isabel consegue fazer apenas duas pulseiras diferentes. Represente essas pulseiras na figura abaixo pintando as bolinhas pretas.



CR CN

b) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando três bolinhas pretas e três bolinhas brancas?

CR CN

c) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando quatro bolinhas pretas e quatro bolinhas brancas?

CR CN

TOTAL CR CN

5. Zequinha quer colorir os inteiros positivos de branco ou preto, obedecendo às regras abaixo:

- se n é inteiro, então n e $n + 5$ devem ter a mesma cor;
- se a e b são inteiros e $n = ab$ for branco, então pelo menos um dos fatores a ou b deve ser branco.

a) Explique por que se o 38 for branco, o 3 também deve ser branco.

CR CN

b) Explique por que se o 4 for branco, o 2 também deve ser branco.

CR CN

c) Explique por que se o 1 for branco, o 4 também deve ser branco.

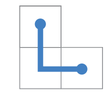
CR CN

d) Explique por que o 2 e o 3 sempre devem ter a mesma cor.

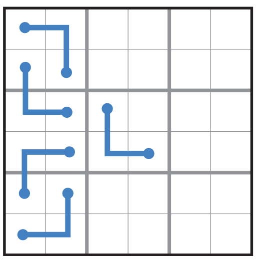
CR CN

TOTAL CR CN

6. Jade possui um tabuleiro 6 x 6 e 12 peças em formato de L, como na figura. Cada peça cobre três quadradinhos do tabuleiro. Ela coloca as peças no tabuleiro sem sobreposição.

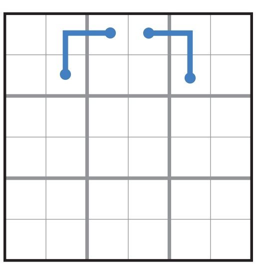


a) Jade já colocou algumas peças no tabuleiro abaixo. Termine de colocar as peças que faltam, de maneira a cobrir todas as casas do tabuleiro.



CR CN

b) Jade colocou 2 peças no tabuleiro como na figura. Coloque mais 4 peças nesse tabuleiro de modo que seja impossível colocar uma sétima peça.



CR CN

c) Explique por que, qualquer que seja a maneira que Jade colocar 5 peças no tabuleiro, sempre será possível colocar mais uma.

CR CN

TOTAL CR CN

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

17ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª Fase - 08 de outubro de 2022

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) Bairro

Cidade UF/Estado CEP

Endereço eletrônico (*e-mail*) DDD Telefone

Assinatura DDD Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep* *https://www.instagram.com/obmep_oficial/*

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou à caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o ínicio da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:

    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;

    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;

    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, etc.);

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO

CAPES CNPq SBM

REALIZAÇÃO

impa MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES

1. Na barraca de pescaria da festa junina da escola, os peixes valem 1 ponto, 2 pontos ou 3 pontos, e há 10 peixes de cada valor. Após ser pescado, o peixe é devolvido ao tanque. Sem conhecer os valores dos peixes, cada participante pesca três deles e, dependendo dos pontos, ganha um prêmio, conforme o quadro abaixo.

Total de pontos	3	4	5	6	7	8	9
Prêmio	chapéu	cuscuz	bolo	pamonha	pipoca	doce	lenço

a) Maria ganhou um doce. Quais são os valores dos peixes que ela pescou?

CR CN

b) Preencha a tabela abaixo com as seis possibilidades diferentes de se ganhar uma pipoca.

1º Peixe	2º Peixe	3º Peixe

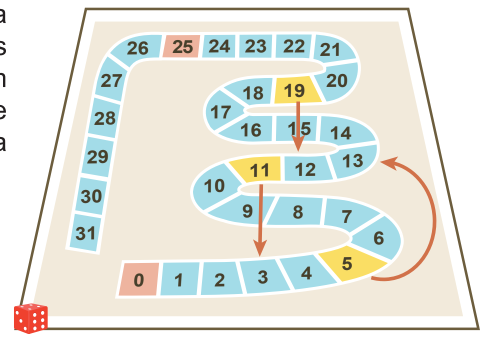
CR CN

c) Qual é o prêmio que sai com a maior frequência (maior quantidade de possibilidades)? Justifique sua resposta.

CR CN

TOTAL CR CN

2. A figura mostra o tabuleiro de um jogo em que o participante começa na casa 0. Em cada jogada ele lança um dado, com faces numeradas de 1 a 6, e anda o número de casas indicadas pelo dado. Quando, em uma jogada, ele termina em uma das casas especiais em amarelo, ele vai imediatamente para a casa apontada pela seta. Por exemplo, se na primeira jogada o participante obtém um 5, ele vai parar na casa 13.



a) Se em suas três primeiras jogadas o participante obtiver 6, 5 e 2, em que casa ele vai parar?

CR CN

b) Descreva uma maneira de chegar à casa 25 em apenas quatro jogadas.

1ª Jogada	2ª Jogada	3ª Jogada	4ª Jogada

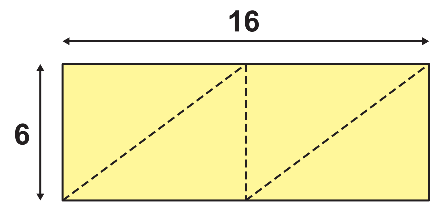
CR CN

c) Explique por que é impossível chegar à casa 25 em apenas três jogadas.

CR CN

TOTAL CR CN

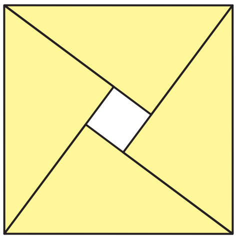
3. Janaína cortou uma cartolina retangular de 16 cm de comprimento e 6 cm de largura em quatro triângulos retângulos iguais, conforme mostra a figura.



a) Qual é a área de cada um desses triângulos?

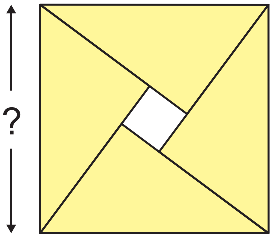
CR CN

b) Em seguida, Janaína usou os quatro triângulos para montar um quadrado com um buraco no seu interior, conforme mostrado na figura. Qual é a área do buraco?



CR CN

c) Quanto mede o lado do quadrado que Janaina montou?

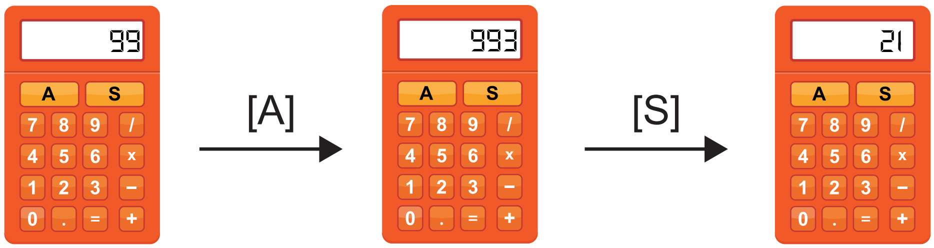


CR CN

TOTAL CR CN

4. A calculadora de Joana possui duas teclas especiais:

- A tecla [A] acrescenta o algarismo 3 à direita do número que está no visor.
- A tecla [S] troca o número no visor pela soma de seus algarismos.



a) Partindo do número 99, se Joana apertar as teclas [A] [S] [A] [S], nessa ordem, qual número aparecerá?

CR CN

b) Mostre como Joana pode obter o número 2022 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

CR CN

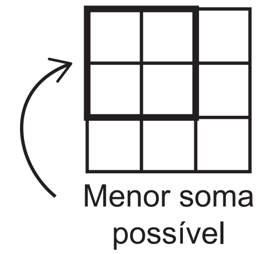
c) Explique por que Joana nunca vai obter o número 22 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

CR CN

TOTAL CR CN

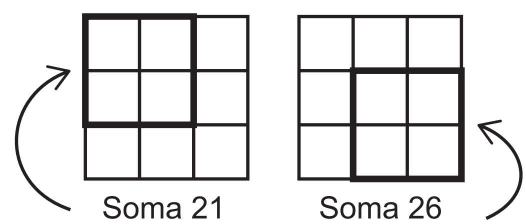
5. Marco preenche quadriculados 3 × 3 com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repetir nenhum deles.

a) Marco preencheu um quadriculado de forma que os quatro números escritos no quadrado 2 × 2 destacado têm a menor soma possível. Qual é a soma dos cinco números escritos fora desse quadrado?



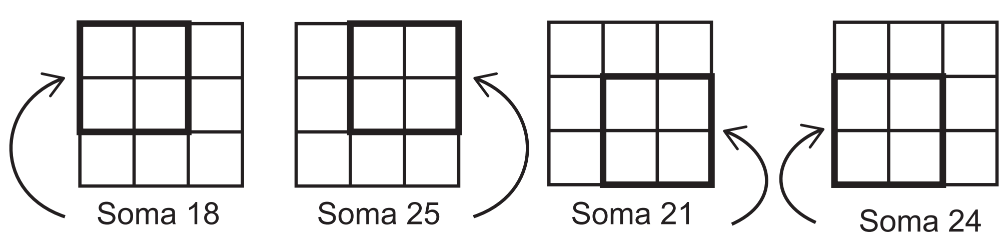
CR CN

b) Marco conseguiu preencher outro quadriculado de modo que a soma dos números escritos em um dos quadrados 2 × 2 destacados é 21 e, no outro, 26. As duas figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual é o menor número que Marco pode ter escrito na casa central do quadriculado?



CR CN

c) Marco conseguiu preencher um terceiro quadriculado de modo que as somas dos números escritos nos quatro quadrados 2 × 2 destacados são 18, 25, 21 e 24. Além disso, a soma dos números escritos nos quatro cantos do quadriculado 3 × 3 é 16. As quatro figuras abaixo são representações desse mesmo quadriculado. Qual foi o número que Marco escreveu na casa central?



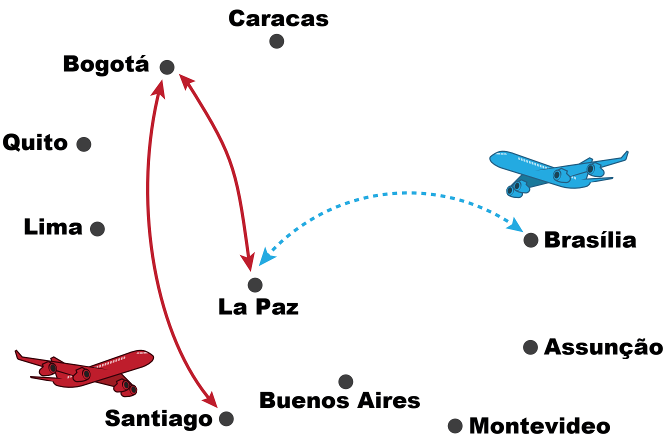
CR CN

TOTAL CR CN

6. Duas companhias aéreas, CONTI e TRACE, conectam 10 capitais da América do Sul. O diagrama apresenta alguns voos realizados pelas companhias, sendo CONTI representada por uma linha contínua vermelha e TRACE por uma linha tracejada azul.

Os voos estão planejados do seguinte modo:

- dadas duas capitais quaisquer, apenas uma das companhias realiza voos diretos entre elas, em ambos os sentidos;
- entre Brasília e La Paz não é possível fazer viagens usando apenas a CONTI, mesmo fazendo conexões em outras capitais.



a) Qual das companhias faz voos diretos entre Santiago e Brasília? Justifique sua resposta.

CR CN

b) Explique por que é possível viajar entre Buenos Aires e Brasília usando apenas a empresa TRACE.

CR CN

c) Dadas duas capitais quaisquer, explique por que sempre é possível viajar entre elas usando apenas a companhia TRACE, fazendo no máximo uma conexão em La Paz ou Brasília.

CR CN

TOTAL CR CN

RASCUNHO

Operacionalização: mg studio

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

16ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 06 de novembro de 2021

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) | Bairro

Cidade | UF/Estado | CEP

Endereço eletrônico (*e-mail*) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep* *http://www.instagram.com/obmep_oficial/*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:

    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;

    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;

    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	CR	CR	CR	CR	CR	CR	CR
Correção Nacional	CN	CN	CN	CN	CN	CN	CN

APOIO
CAPES CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico SBM

REALIZAÇÃO
75 anos impa Instituto de Matemática Pura e Aplicada MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES

1. Gabriel gosta de preencher quadriculados 3 × 3 com números de forma que quaisquer três deles, alinhados na horizontal, vertical ou diagonal, tenham a seguinte propriedade: o número central deve ser a média aritmética dos seus dois vizinhos.

19	11	3
22	14	6
25	17	9

$11 = \frac{19+3}{2}$ $22 = \frac{19+25}{2}$ $14 = \frac{19+9}{2}$

$14 = \frac{22+6}{2}$ $14 = \frac{11+17}{2}$ $14 = \frac{25+3}{2}$

$17 = \frac{25+9}{2}$ $6 = \frac{3+9}{2}$

a) Complete o preenchimento do quadriculado abaixo, iniciado por Gabriel.

2		14
10		

CR CN

b) Preencha o quadriculado abaixo seguindo a mesma instrução indicada anteriormente.

	7	
9		
		20

CR CN

c) Qual será a soma dos nove números do quadriculado abaixo após Gabriel terminar de preenchê-lo?

14		30

CR CN

TOTAL CR CN

2. Joãozinho fez todas as divisões possíveis com dois números diferentes pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Por exemplo, com os números 2 e 5, ele fez as seguintes divisões: $\frac{2}{5}$ (obteve como resultado 0,4) e $\frac{5}{2}$ (obteve como resultado 2,5).

a) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número inteiro?

CR CN

b) Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número maior do que 0,5?

CR CN

c) Quantos resultados diferentes foram obtidos por Joãozinho?

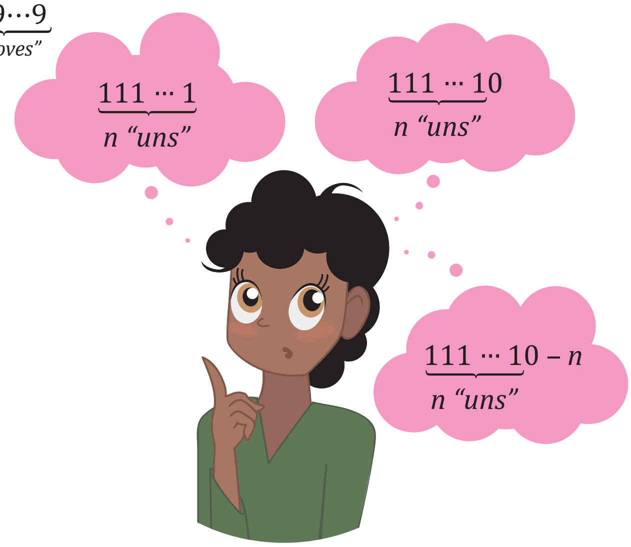
CR CN

TOTAL CR CN

3. Julieta calcula as somas do tipo $9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{999\cdots9}_{n \text{ “noves”}}$ da seguinte maneira: ela pensa no número $\underbrace{111\cdots1}_{n \text{ “uns”}}$, multiplica-o por 10 e subtrai n.

Por exemplo,

$$9 + 99 + 999 + 9999 + 99999 = \underbrace{11111}_{5 \text{ “uns”}}0 - 5 = 111105.$$



a) Calcule a soma $9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{999\cdots9}_{7 \text{ “noves”}}$ da mesma maneira que Julieta.

CR CN

b) Quantos algarismos 0 há no resultado da soma $9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{999\cdots9}_{2021 \text{ “noves”}}$?

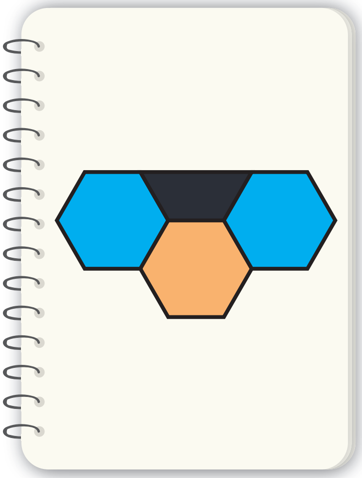
CR CN

c) Explique por que a maneira como Julieta calcula essas somas é correta.

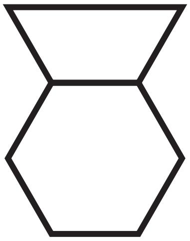
CR CN

TOTAL CR CN

4. Maria pinta, em seu caderno, figuras formadas por trapézios e hexágonos. Cada hexágono pode ser pintado de azul, bege ou cinza, e cada trapézio, de azul ou preto. Polígonos com um lado em comum não podem ter a mesma cor. A figura ao lado é um exemplo de uma pintura feita por Maria.

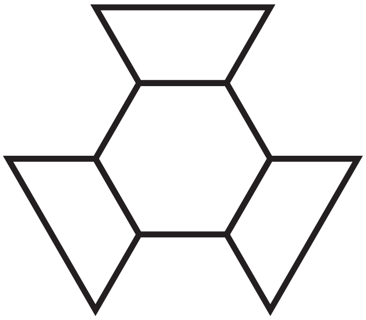


a) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



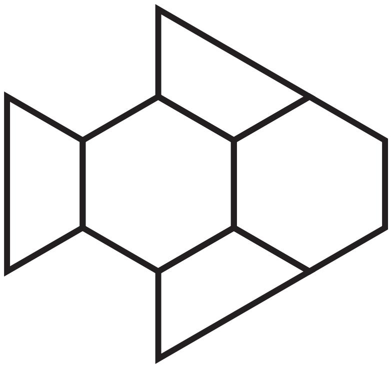
CR CN

b) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



CR CN

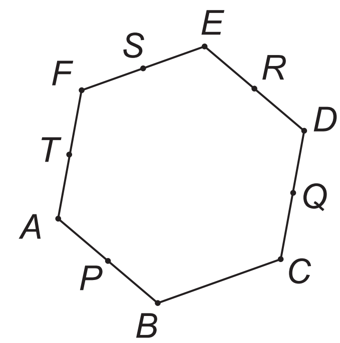
c) De quantas maneiras Maria pode pintar a figura abaixo?



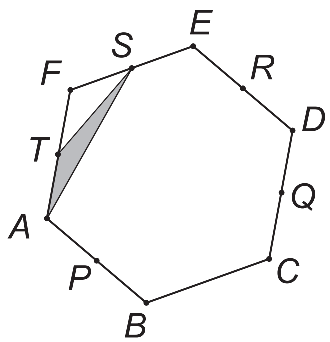
CR CN

TOTAL CR CN

5. A figura ao lado mostra um hexágono regular $ABCDEF$ e os pontos médios P, Q, R, S e T dos lados AB, CD, DE, EF e FA, respectivamente.

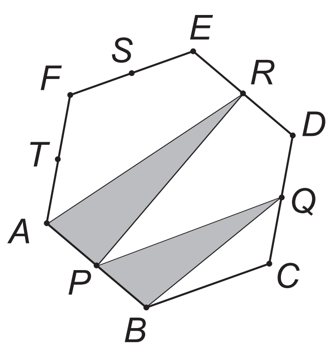


a) Se a área do triângulo AST for igual a 1 cm^2, qual será a área do triângulo FTS?



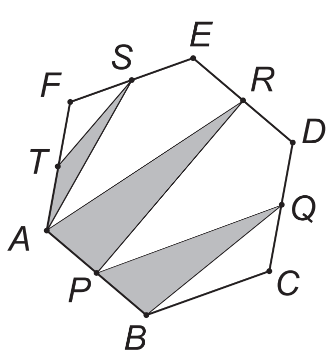
CR CN

b) Qual é a razão entre as áreas dos triângulos APR e PBQ?



CR CN

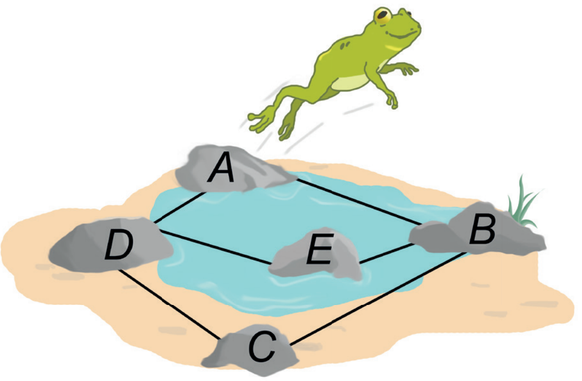
c) Qual é a razão entre as áreas sombreada e não sombreada na figura abaixo?



CR CN

TOTAL CR CN

6. Cinco pedras, *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, estão dispostas como na figura. Kiko, o sapo simpático, pula de uma pedra para outra somente se elas estiverem ligadas por um segmento. Assim, ele pode pular, partindo de *A,* para *B* ou *D*, mas não para *E* ou *C*. Por exemplo, começando em *A* e terminando em *D*, ele pode realizar o seguinte passeio de 5 pulos: $A \to B \to E \to D \to C \to D$.



a) Quantos são os passeios de três pulos que Kiko pode fazer começando em *A* e terminando em *B*?

CR CN

b) Kiko quer fazer um passeio de 1001 pulos, começando em *A*. Em quais pedras ele poderá terminar esse passeio? Justifique sua resposta.

CR CN

c) Quantos são os passeios de 2020 pulos que Kiko pode fazer começando em *A* e terminando em *C*?

CR CN

TOTAL CR CN

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

15ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2019
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 28 de setembro de 2019

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (*e-mail*)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).

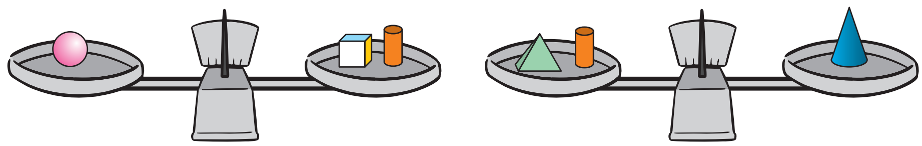
    O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

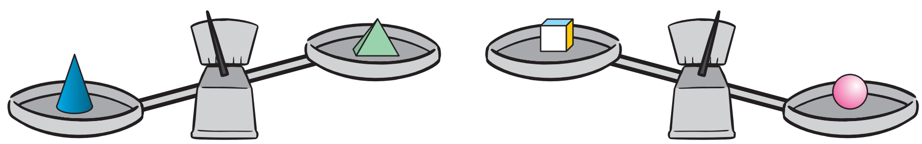
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

Sob o patrocínio da UNESCO
Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
2019 | ANO INTERNACIONAL DAS Línguas Indígenas
APOIO
CAPES
CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
SBM
REALIZAÇÃO
impa 70 anos Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES

1. Paulinho tem peças com cinco formas diferentes (cubos, pirâmides, esferas, cilindros e cones). Peças com a mesma forma têm o mesmo peso (massa). Ele coloca algumas peças numa balança de pratos e observa o equilíbrio nas duas situações abaixo.



a) Indique se as figuras abaixo representam situações certas ou erradas.



( ) certa
( ) errada

( ) certa
( ) errada

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual das figuras abaixo representa a situação correta?

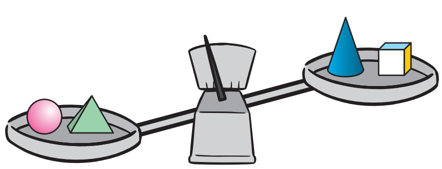


Figura A

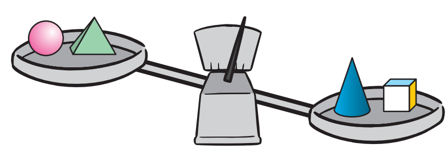


Figura B

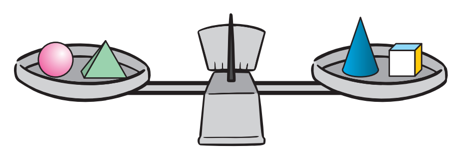
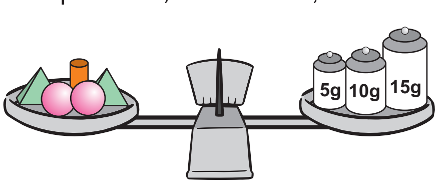


Figura C

Justificativa:

Correção Regional | Correção Nacional

c) Com alguns pesos conhecidos, Paulinho observou a situação de equilíbrio abaixo. Quanto pesam, juntos, um cubo, uma pirâmide, uma esfera, um cilindro e um cone?

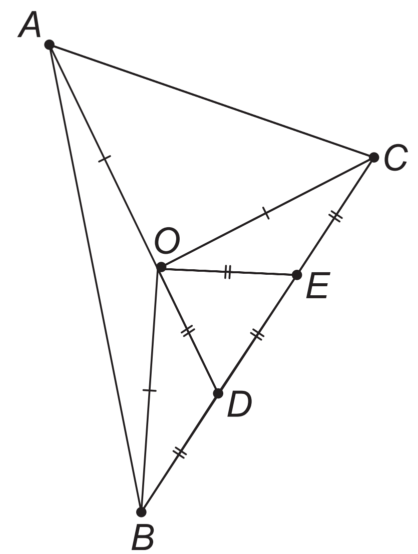


Justificativa:

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Na figura, $OA = OB = OC$. Os pontos A, O e D estão alinhados, e os pontos D e E no segmento BC são tais que $BD = DE = EC = OD = OE$.



a) Calcule a medida do ângulo $O\hat{D}E$.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Calcule a medida do ângulo $B\hat{O}E$.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Calcule a medida do ângulo $B\hat{A}C$.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. A Figura 1 é uma planificação de um cubo. Fazendo as dobras necessárias e colando as arestas soltas, obtemos o cubo da Figura 2.

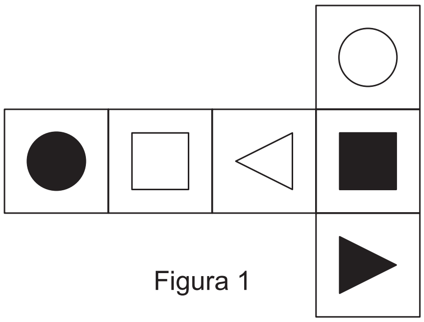


Figura 1

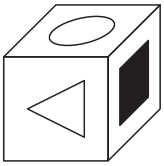
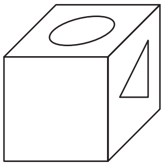


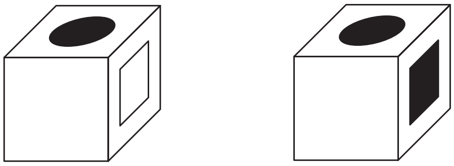
Figura 2

a) Em uma outra vista do mesmo cubo, mostrada abaixo, está faltando o desenho na face da frente. Faça esse desenho.



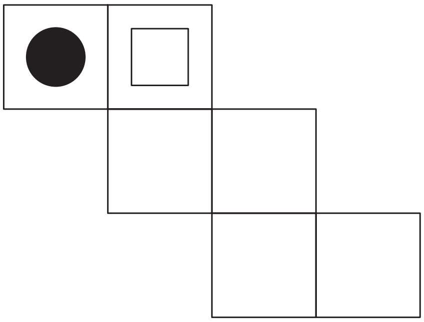
Correção Regional | Correção Nacional

b) Abaixo temos outras duas vistas do mesmo cubo, cada uma com a face da frente sem desenho. Faça os desenhos que faltam nessas faces.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Abaixo temos uma outra planificação do mesmo cubo. Faça, nessa planificação, os desenhos que estão faltando.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. A calculadora de Dario tem uma tecla especial. Se um número n diferente de 2 está no visor e ele aperta a tecla especial, aparece o número $\dfrac{2 \times n}{n-2}$. Por exemplo, se o número 3 está no visor, ao apertar a tecla especial, aparece o número 6, pois $\dfrac{2 \times 3}{3-2} = 6$.

a) Se o número 6 está no visor, qual é o número que aparecerá se a tecla especial for apertada?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que, ao apertar duas vezes a tecla especial, Dario sempre obtém o número que estava inicialmente no visor.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Para quais valores no visor Dario obtém o mesmo número ao apertar a tecla especial uma única vez?

Correção Regional | Correção Nacional

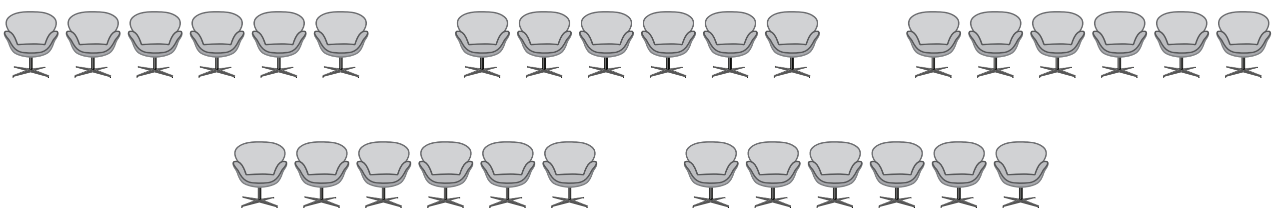
d) Qual é o número que nunca será obtido ao apertar a tecla especial?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

5. Dizemos que uma fila de cadeiras de cinema está ocupada de forma *quase-cheia* quando não há duas cadeiras consecutivas ocupadas, mas a próxima pessoa a chegar será obrigada a sentar-se ao lado de uma cadeira já ocupada. Uma fila de 5 cadeiras tem exatamente quatro ocupações quase-cheias, mostradas abaixo. As cadeiras marcadas com **X** indicam que elas estão ocupadas.

a) Uma fila de 6 cadeiras possui cinco ocupações quase-cheias. Marque com **X** as cadeiras dessas ocupações.



Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantas são as ocupações quase-cheias em uma fila de 8 cadeiras em que a segunda cadeira já está ocupada?

Correção Regional | Correção Nacional

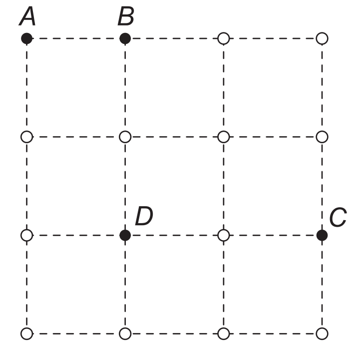
c) A tabela abaixo apresenta o número de ocupações quase-cheias para algumas filas de cadeiras. Calcule o total de ocupações quase-cheias em uma fila com 19 cadeiras. Justifique.

Número de cadeiras da fila	5	6	...	16	17	18	19
Número de ocupações quase-cheias	4	5	...	86	114	151	

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

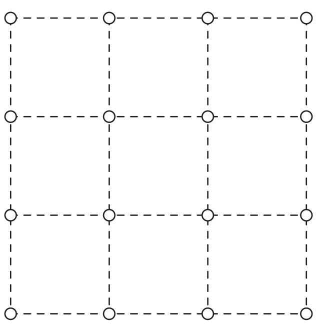
6. Um triângulo com vértices em três dos 16 pontos do quadriculado ao lado é chamado de *torto* quando, no máximo, um de seus lados está sobre as linhas do quadriculado. Por exemplo, o triângulo *ABC* é torto e o triângulo *ABD* não é torto.



a) Diga se cada um dos triângulos *ACD* e *BCD* da figura ao lado são tortos ou não.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Marque seis pontos no quadriculado de tal forma que qualquer triângulo com vértices em três desses pontos seja torto.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que, independentemente de como sete pontos sejam marcados no quadriculado, sempre vai existir um triângulo que não é torto com vértices nesses pontos.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

14ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2018
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 15 de setembro de 2018

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) **Bairro**

Cidade **UF** **CEP**

Endereço eletrônico (*e-mail*) **DDD** **Telefone**

Assinatura **DDD** **Telefone (outro)**

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

2017 2018 BIÊNIO DA MATEMÁTICA BRASIL
APOIO: CAPES, CNPq, SBM
PATROCINADOR OFICIAL: BNDES
REALIZAÇÃO: impa, MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, GOVERNO FEDERAL

1. Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas páginas pares devem ser coladas 5 figurinhas e, nas ímpares, 6 figurinhas.

a) No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Em qual página deve ser colada a figurinha de número 196?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Para completar seu álbum, Joãozinho comprou muitos pacotes de figurinhas. Após colar a última figurinha que faltava, o número de figurinhas repetidas era oito vezes o número de figurinhas coladas.

Se o álbum custou 20 reais e cada pacote com 5 figurinhas custou 2 reais, quanto Joãozinho gastou para ter seu álbum completo?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Um número inteiro positivo é chamado de *interessante* quando termina com um algarismo que é igual ao produto de seus demais algarismos. Por exemplo, 326 e 1020 são interessantes, pois $3 \times 2 = 6$ e $1 \times 0 \times 2 = 0$.

a) Qual deve ser o valor do algarismo A para que o número 14A8 seja interessante?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos números interessantes de quatro algarismos terminam com o algarismo 6?

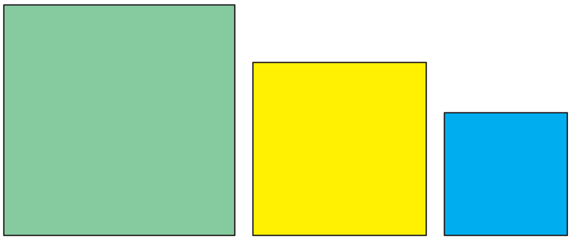
Correção Regional | Correção Nacional

c) Quantos números interessantes de cinco algarismos terminam com o algarismo 0?

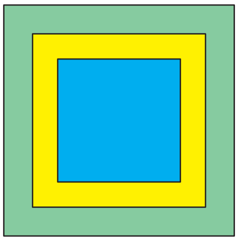
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. Janaína tem três folhas de papel quadradas: uma verde de área 64 cm², uma amarela de área 36 cm² e uma azul de área 18 cm².

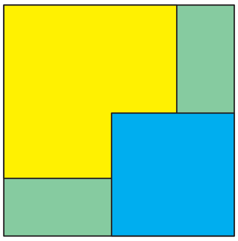


a) Janaína colocou a folha amarela sobre a folha verde, e a folha azul sobre a folha amarela, como na figura abaixo. Dentre as regiões verde, amarela ou azul da figura, qual tem a maior área? Explique sua resposta.



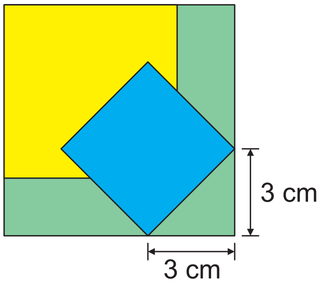
Correção Regional | Correção Nacional

b) Em seguida, Janaína colocou as folhas azul e amarela sobre a verde como na figura abaixo, determinando novas regiões coloridas. Qual é a soma das áreas das regiões verdes e amarela?



Correção Regional | Correção Nacional

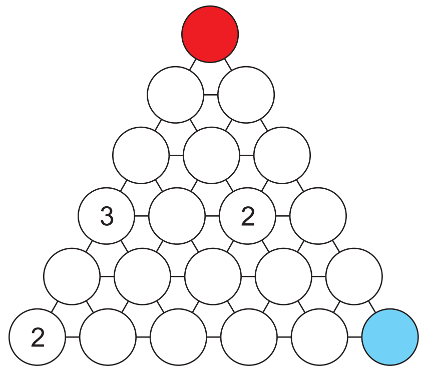
c) Finalmente Janaína colocou as folhas como na figura abaixo. Qual é a área da nova região amarela?



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Números naturais devem ser escritos dentro de cada círculo vazio da figura, de modo que a soma dos números escritos em três círculos alinhados e consecutivos seja sempre a mesma.



a) Qual número deverá ser escrito no círculo vermelho?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Mostre que a soma de todos os números escritos é um múltiplo de 7.

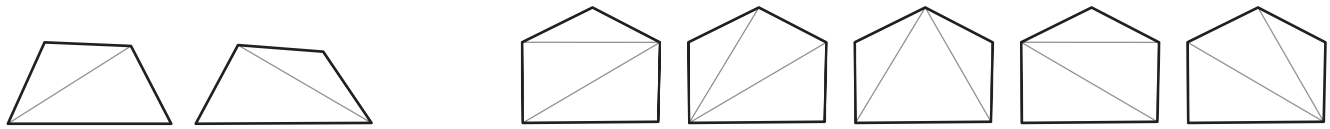
Correção Regional | Correção Nacional

c) Para que a soma de todos os números escritos seja 63, qual número deverá ser escrito no círculo azul?

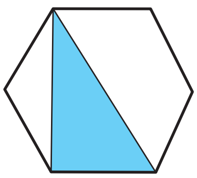
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

5. A nova mania de Fábio é triangular polígonos, ou seja, decompor polígonos em triângulos desenhando diagonais que não se cruzam no interior do polígono. Fábio notou que há apenas duas maneiras de triangular um quadrilátero e cinco maneiras de triangular um pentágono, como nas figuras.

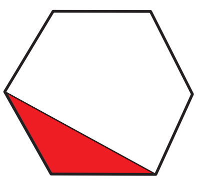


a) Fábio começou a triangular o hexágono abaixo com o triângulo azul. De quantas maneiras ele pode terminar de triangular esse hexágono?



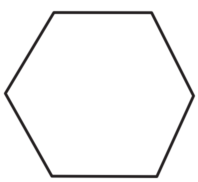
Correção Regional | Correção Nacional

b) Fábio começou a triangular o hexágono abaixo com o triângulo vermelho. De quantas maneiras ele pode terminar de triangular esse hexágono?



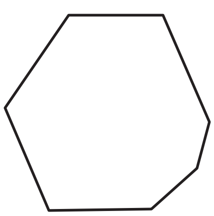
Correção Regional | Correção Nacional

c) De quantas maneiras Fábio pode triangular um hexágono?



Correção Regional | Correção Nacional

d) De quantas maneiras Fábio pode triangular um heptágono?



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Um enfeite é formado por um dado encaixado em uma cavidade quadrada sobre uma base, como mostra a figura. As faces do dado estão numeradas de 1 a 6.

a) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base com a face 1 para cima?

Correção Regional | Correção Nacional

b) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base?

Correção Regional | Correção Nacional

c) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base, de modo que pelo menos um dos vértices da face 6 fique em contato com a base?

Correção Regional | Correção Nacional

d) De quantas maneiras um dado, encaixado como na figura, pode ser reposicionado na base, de modo que nenhum número permaneça em sua posição original?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

13ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2017
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 16 de setembro de 2017

Nome completo do(a) aluno(a)

Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) | Bairro

Cidade | UF | CEP

Endereço eletrônico (email) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

    O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

Biênio da Matemática Brasil 2017 2018
APOIO: CAPES, CNPq, SBM
PATROCINADOR OFICIAL: BNDES
REALIZAÇÃO: impa, Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações, Ministério da Educação, Brasil Governo Federal

1. Dezesseis botões pretos ou amarelos estão igualmente dispostos num círculo. Toda vez que apertamos um botão, seus dois vizinhos, e somente eles, mudam de cor. No exemplo ao lado, vemos o que acontece quando apertamos o botão amarelo indicado na Figura 1 e, depois, o botão preto indicado na Figura 2.

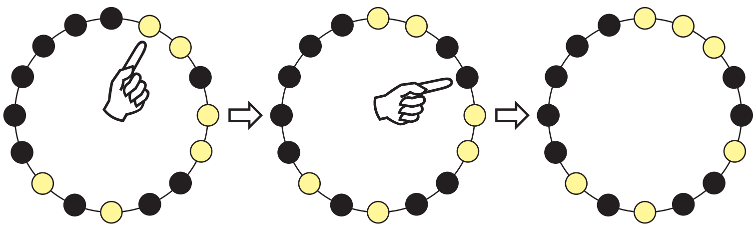
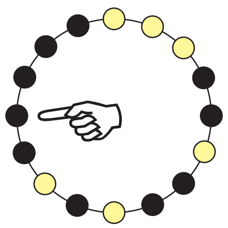


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) Quantos botões pretos haverá após apertarmos o botão indicado na figura abaixo?

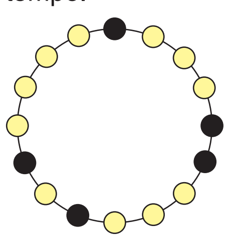


Correção Regional	Correção Nacional

b) A partir de uma figura com 10 botões pretos e 6 amarelos, explique por que, independentemente de quantos e quais forem os botões apertados, o número de botões pretos sempre será par.

Correção Regional	Correção Nacional

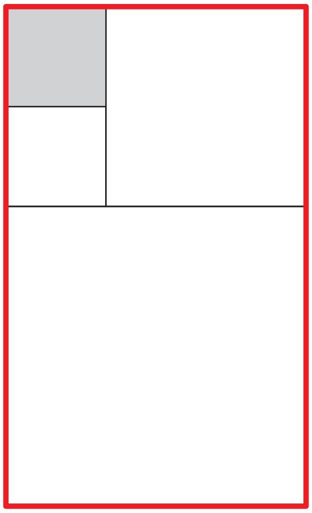
c) Explique por que, a partir da figura abaixo, é impossível apertar botões de forma que todos fiquem amarelos ao mesmo tempo.



Correção Regional	Correção Nacional

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

2. Pedrinho juntou quatro quadrados, sem sobreposição, e obteve o retângulo de contorno destacado em vermelho na figura. A área do quadrado sombreado é 4 cm^2.



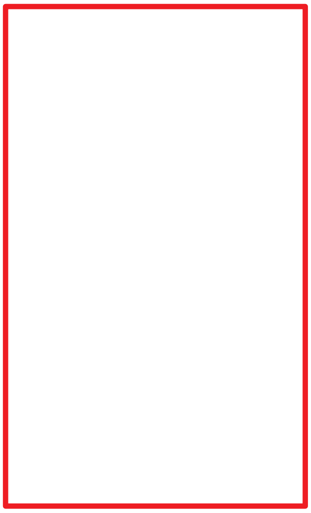
a) Qual é a área do retângulo de contorno destacado em vermelho?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Pedrinho juntou mais um quadrado à figura, também sem sobreposição, e obteve um novo retângulo de maior área possível. Qual é a área desse novo retângulo?

Correção Regional | Correção Nacional

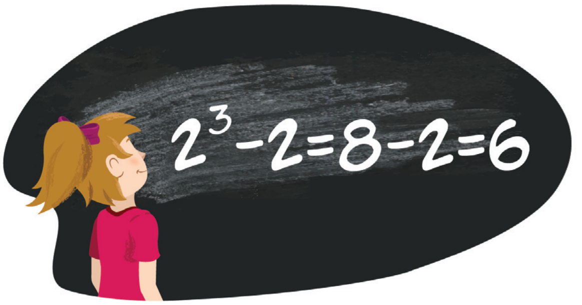
c) Pedrinho quer obter outro retângulo igual ao retângulo do enunciado (destacado em vermelho e reproduzido abaixo), mas agora juntando nove quadrados em vez de quatro. Desenhe, na figura, como ele pode fazer isso.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.



a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

Correção Regional | Correção Nacional

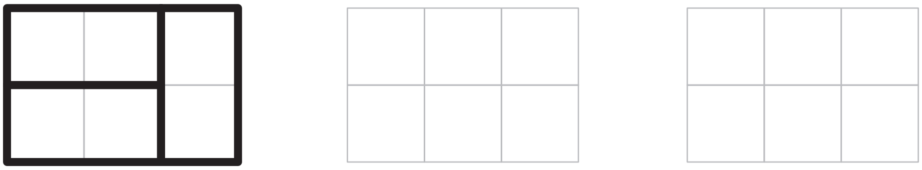
c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

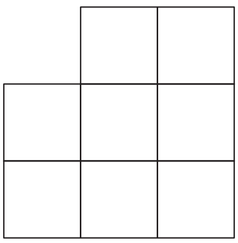
4. Marcela brinca de cobrir todas as casas de tabuleiros quadriculados com peças retangulares e cada uma dessas peças cobre exatamente duas casas do tabuleiro.

a) A figura abaixo mostra uma maneira de cobrir um tabuleiro 2×3 utilizando três peças. Desenhe as outras duas maneiras de cobrir com três peças o mesmo tabuleiro.



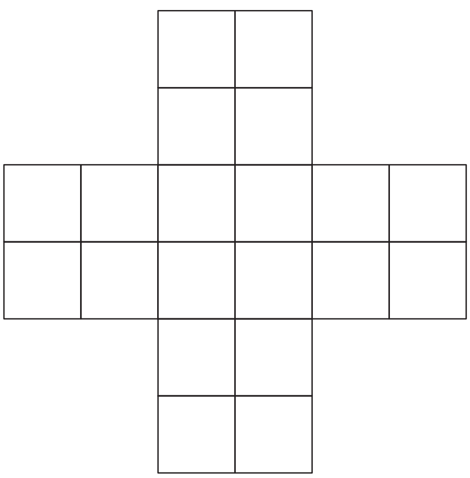
Correção Regional	Correção Nacional

b) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com quatro peças o tabuleiro abaixo?



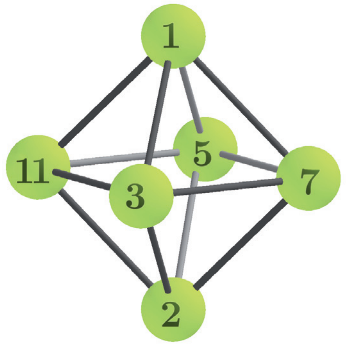
Correção Regional	Correção Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Marcela pode cobrir com dez peças o tabuleiro abaixo?



	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

5. Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio



$$3 \to 1 \to 3 \to 2 \to 3 \to 11 \to 1$$

ela obtém $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$.

a) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

Correção Regional | Correção Nacional

d) Quantos passeios diferentes a formiguinha pode fazer para obter, ao final, o número 30?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Um número inteiro n é chamado de *bilegal* se n é maior do que 1 e n^2 é igual à soma de n inteiros positivos consecutivos. Por exemplo, 3 é bilegal, pois $3^2 = 9 = \underbrace{2+3+4}_{\textit{3 inteiros consecutivos}}$.

a) Verifique que 5 é bilegal.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Verifique que 4 não é bilegal.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que nenhum número par é bilegal e todo número ímpar maior do que 1 é bilegal.

Lembrete:
A soma $1+2+3+\dots+(k-1)$ é igual a $\dfrac{k(k-1)}{2}$.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

12.ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2016
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8.º e 9.º anos do Ensino Fundamental

2.ª FASE – 10 de setembro de 2016

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) Bairro

Cidade UF CEP

Endereço eletrônico (email) DDD Telefone

Assinatura DDD Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões, principalmente o item (a) de cada questão.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

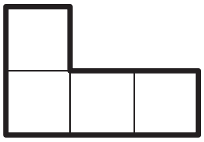
    O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

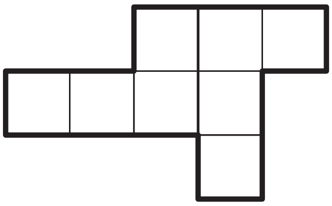
SBM impa MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO BRASIL GOVERNO FEDERAL

1. A peça ilustrada abaixo é formada por quatro quadradinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno, é 10 cm.



Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição, e fazendo coincidir lados de quadradinhos.

a) Roberto formou a figura abaixo. Qual é o perímetro desta figura?



Correção Regional | Correção Nacional

b) Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 cm no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 cm no quadriculado da direita.

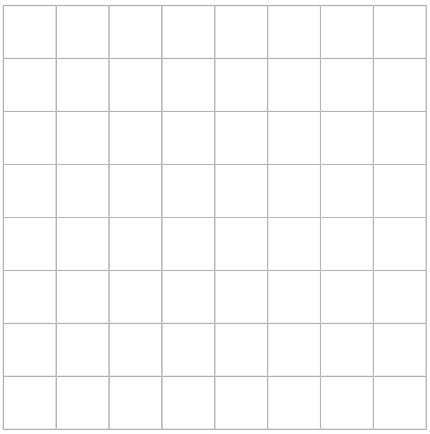


Figura com perímetro igual a 12 cm

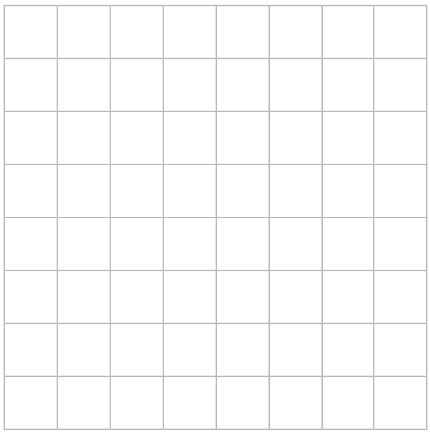


Figura com perímetro igual a 18 cm

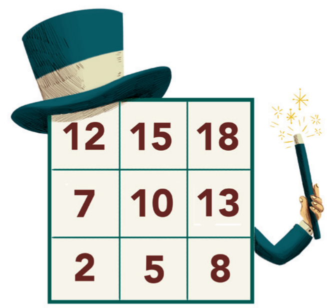
Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que Roberto nunca conseguirá formar uma figura com perímetro igual a 15 cm (Lembre-se de que Roberto sempre faz coincidir lados de quadradinhos).

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Um quadriculado 3x3 preenchido com números inteiros é chamado de *medimágico* quando, em cada linha horizontal, vertical ou diagonal, o termo do meio é a média aritmética dos outros dois.



a) Preencha o quadriculado abaixo para que ele seja medimágico.

3		19
8		

Correção Regional
Correção Nacional

b) O quadriculado medimágico abaixo tem os números 7, 9 e 20 nas posições indicadas. Qual é o valor de x?

	7	
9	x	
		20

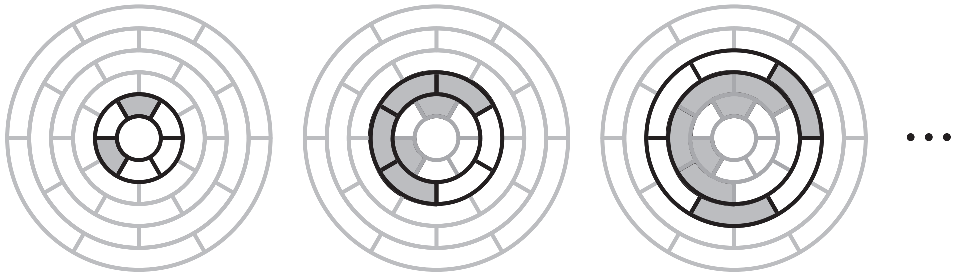
Correção Regional
Correção Nacional

c) Explique por que, em qualquer quadriculado medimágico, a soma de todos os números é um múltiplo de 9.

Correção Regional
Correção Nacional

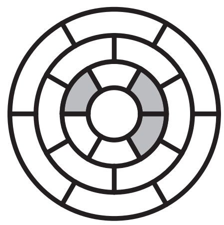
TOTAL
Correção Regional
Correção Nacional

3. Joãozinho pinta anéis encaixados, cada um deles dividido em seis partes iguais. No primeiro anel (o menor deles) Joãozinho pinta de cinza algumas partes, à sua escolha. Do segundo anel em diante, ele pinta de cinza somente as partes em contato com duas partes de cores diferentes do anel anterior. Observe um exemplo:



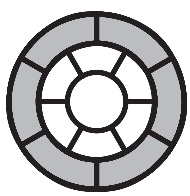
Pintura do 1.º anel — Pintura do 2.º anel — Pintura do 3.º anel

a) Joãozinho pintou o primeiro anel conforme a figura abaixo. Continue o trabalho de Joãozinho, pintando, na mesma figura, o segundo e o terceiro anéis.



Correção Regional | Correção Nacional

b) Na figura abaixo, pinte as partes do primeiro anel de modo que o segundo anel fique todo pintado de cinza.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, os demais anéis sempre terão uma quantidade par de partes pintadas de cinza.

Correção Regional | Correção Nacional

d) Explique por que, independentemente de como Joãozinho pintar o primeiro anel, nenhum anel a partir do terceiro será totalmente pintado de cinza.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Na figura, as letras A e B representam os possíveis algarismos que tornam o produto dos números 2A5 e 13B um múltiplo de 36.

a) Em todos os possíveis resultados para o produto desses números, o algarismo das unidades é o mesmo. Qual é esse algarismo?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quais são os possíveis valores de B?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual é o maior valor possível para esse produto?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

5. Fernanda precisa criar uma senha para poder usar o computador da escola. A senha deve ter cinco algarismos distintos de modo que, da esquerda para a direita, o algarismo da 1.ª posição seja maior do que 1, o da 2.ª posição seja maior do que 2, e assim por diante. Por exemplo, 25476 é uma senha possível, mas 52476 não é, pois o algarismo na segunda posição não é maior do que 2.

a) Se a senha de Fernanda começar com 9467, qual deve ser o algarismo da 5.ª posição?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Se Fernanda começar a formar sua senha escolhendo o algarismo 7 para a 5.ª posição, quantas são as possibilidades de escolha para a 4.ª posição?

Correção Regional | Correção Nacional

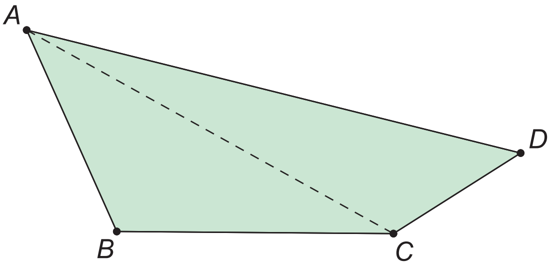
c) Quantas senhas Fernanda poderá formar?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

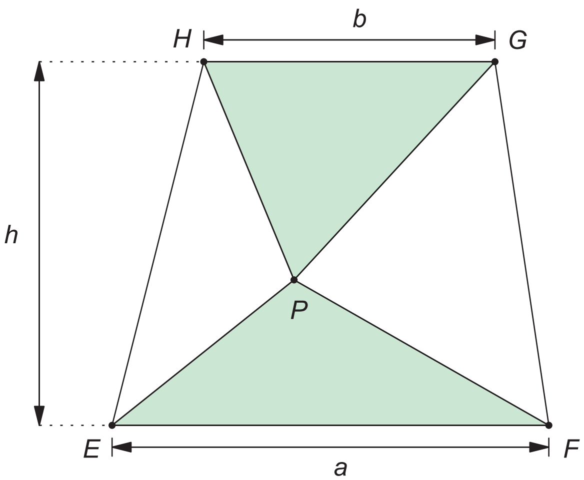
6. Ana quer dividir quadriláteros em quatro triângulos de mesma área.

a) A diagonal AC divide o quadrilátero $ABCD$ da figura em dois triângulos de mesma área. Ana sabe que existe um ponto P nessa diagonal tal que os triângulos PAB, PBC, PCD e PDA têm a mesma área. Localize o ponto P na diagonal AC. Justifique sua resposta.



Correção Regional | Correção Nacional

b) Ana desenhou um trapézio $EFGH$, de bases $EF = a$ e $GH = b$, com $a > b$ e altura h, como na figura. Em seguida, ela escolheu um ponto P tal que os triângulos PEF e PGH tivessem a mesma área. Expresse a área desses triângulos em termos de a, b e h.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que Ana nunca conseguirá escolher um ponto P no interior do trapézio $EFGH$ do item anterior tal que os quatro triângulos PEF, PFG, PGH e PHE tenham todos a mesma área.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

11ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2015
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 12 de setembro de 2015

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco) | Bairro

Cidade | UF | CEP

Endereço eletrônico (email) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

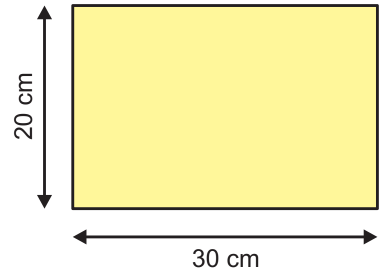
    O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

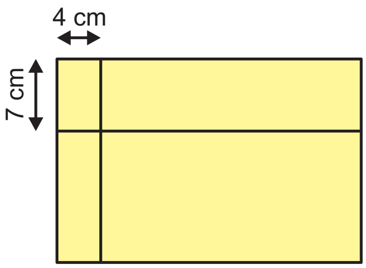
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

SBM impa Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação Ministério da Educação GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA

1. Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.

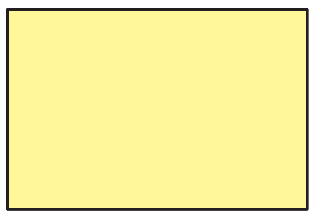


a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos têm a maior área. Qual é o valor dessa área?



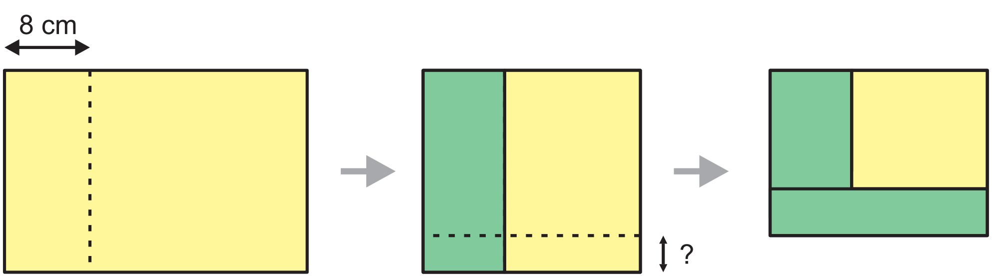
Correção Regional | Correção Nacional

b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?

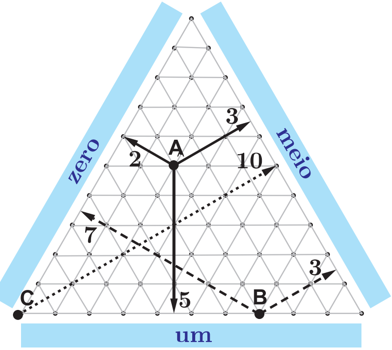


Correção Regional | Correção Nacional

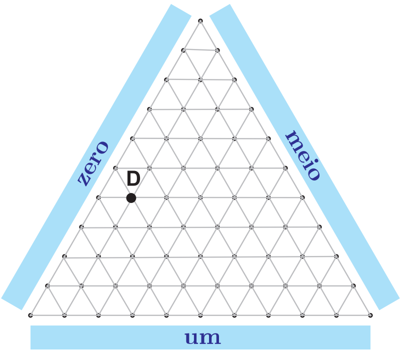
TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. A professora Isabel aplicou uma prova com 10 questões. Cada aluno recebeu nota 0,0 (zero), 0,5 (meio) ou 1,0 (um) em cada questão. O desempenho de cada aluno foi associado a um ponto de uma malha triangular, delimitada por um triângulo equilátero de altura 10, como na figura.

O ponto associado a um aluno é escolhido de forma que suas distâncias aos lados do triângulo sejam iguais às quantidades de questões em que o aluno obteve nota zero, meio ou um, respectivamente. Por exemplo, o aluno A tirou zero em 2 questões, meio em 3 questões e um em 5 questões, obtendo 6,5 na prova. O aluno B obteve 1,5 na prova, pois tirou meio em 3 questões e zero em 7 questões. O aluno C obteve 5,0 na prova, pois tirou meio nas 10 questões.



a) Qual foi a nota obtida na prova pelo aluno D?

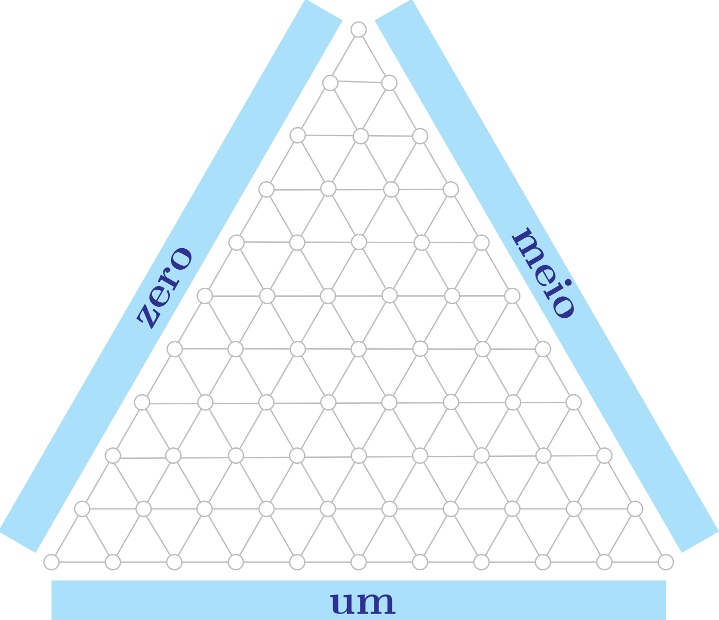


Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos pontos da malha estão associados a alunos que tiram zero em exatamente quatro questões?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Assinale na malha abaixo os pontos associados a alunos que obtêm nota igual a 7,0 ou maior do que 7,0.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. Comece uma sequência escrevendo dois números inteiros não negativos, sendo o primeiro maior do que o segundo. Depois, para encontrar os próximos termos da sequência, repita o seguinte procedimento:

- se o último termo escrito for maior do que o penúltimo, a sequência termina;
- caso contrário, o próximo termo a ser escrito será o penúltimo menos o último.

Um exemplo é a sequência 120, 71, 49, 22, 27; ela começa com 120 e 71 e possui cinco termos.

a) Escreva a sequência que começa com 30 e 16.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Escreva a sequência que possui exatamente cinco termos, sendo o quarto termo igual a 1 e o quinto termo igual a 2.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Uma sequência que começa com 25 tem exatamente três termos. Quais são os valores possíveis para o segundo termo?

Correção Regional | Correção Nacional

d) Uma sequência que começa com 60 tem o maior número possível de termos. Qual é o valor do segundo termo dessa sequência?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Uma tabela com linhas e colunas numeradas de 1 a 100 foi preenchida da seguinte forma:

- na linha 1, todas as casas foram preenchidas com 1;
- na linha 2, as casas pertencentes a colunas de número par foram preenchidas com 1 e as demais, com 0;
- na linha 3, as casas pertencentes a colunas múltiplas de três foram preenchidas com 1 e as demais, com 0;
- continuando, cada uma das demais linhas da tabela foi preenchida com o algarismo 1 nas casas de colunas múltiplas do número correspondente à linha, e com 0 nas demais.

	COLUNAS								
LINHAS	1	2	3	4	5	6	...	99	100
1	1	1	1	1	1	1	...	1	1
2	0	1	0	1	0	1	...	0	1
3	0	0	1	0	0	1	...	1	0
4	0	0	0	1	0	0	...	0	1
5	0	0	0	0	1	0	...	0	1
6	0	0	0	0	0	1	...	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮
99	0	0	0	0	0	0	...	1	0
100	0	0	0	0	0	0	...	0	1

a) Qual é o algarismo que foi escrito na linha 7 e coluna 21?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual é a soma dos algarismos da linha 23?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual é a soma dos algarismos da coluna 98?

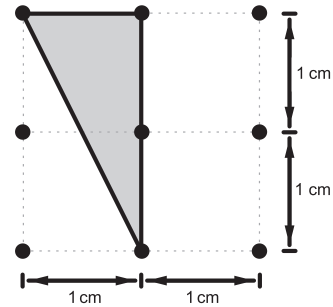
Correção Regional | Correção Nacional

d) Em quais colunas a soma dos algarismos é ímpar? Explique sua resposta.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

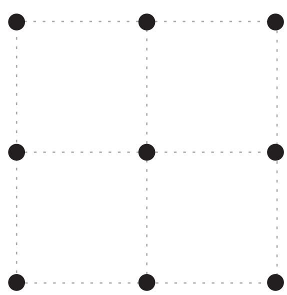
5. Em um quadrado de lado 2 cm foram marcados nove pontos, conforme a figura. Triângulos podem ser desenhados com seus vértices nesses pontos. A figura mostra um deles, com área igual a 1 cm².

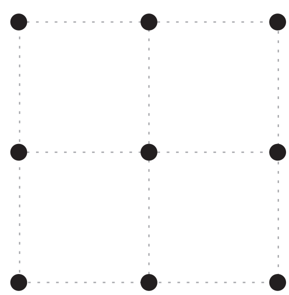


a) Quantos triângulos congruentes ao da figura possuem seus vértices nos pontos marcados?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Desenhe outros dois triângulos com seus vértices nos pontos marcados, ambos com área igual a 1 cm², que não sejam congruentes entre si, nem congruentes ao triângulo da figura.





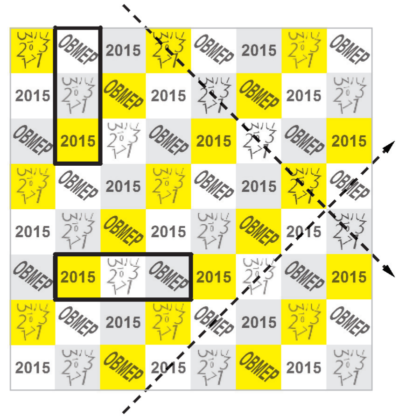
Correção Regional | Correção Nacional

c) Quantos triângulos com área igual a 1 cm² possuem seus vértices nos pontos marcados?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Gilmar brinca de cobrir tabuleiros com peças do tipo . Cada peça cobre perfeitamente três casas do tabuleiro, na vertical ou na horizontal. As casas dos tabuleiros estão pintadas e carimbadas com três cores e três marcas, intercaladamente, de modo que cada peça cobre sempre três cores diferentes e três marcas diferentes, como na figura.



a) Na Figura 1 vemos uma maneira de cobrir um tabuleiro 4 x 4, deixando apenas uma casa descoberta. Desenhe na Figura 2 outra maneira de cobrir esse tabuleiro, deixando apenas uma casa descoberta.


Figura 1

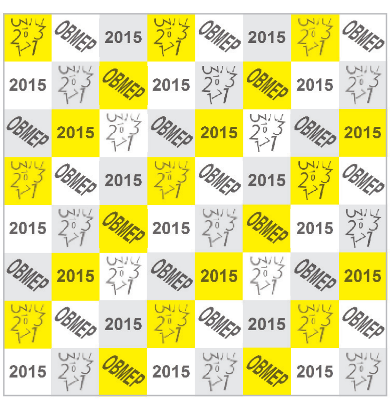

Figura 2

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que, quando se cobre com 5 peças um tabuleiro 4 x 4, uma das casas do canto sempre fica descoberta.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Ao cobrir um tabuleiro 8 x 8 com 21 peças, uma casa ficará descoberta. Marque no tabuleiro as posições possíveis para essa casa, e justifique por que só existem essas posições que você marcou.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

10 Anos
Somando novos talentos para o Brasil

10ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS | OBMEP 2014

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 13 de setembro de 2014

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento (casa, apartamento, bloco)

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. o uso de quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, *tablets*, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

    O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

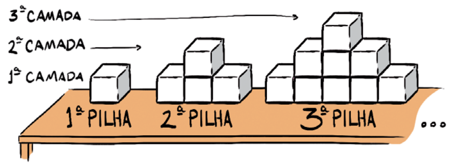
SBM

impa

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

Ministério da Educação

1. Pedro constrói uma sequência de pilhas com cubinhos de tamanhos iguais. Ele começa com um único cubinho. As pilhas são construídas sempre de forma triangular, a partir da anterior, aumentando-se dois cubinhos em cada camada e colocando-se um cubinho no topo. Na figura, estão representadas as três primeiras pilhas da sequência. Observe que na primeira camada da terceira pilha há cinco cubinhos.



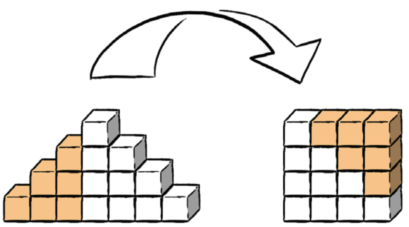
a) Quantos cubinhos deverá ter a primeira camada da quinta pilha?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos cubinhos deverá ter a primeira camada da 2014ª pilha?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Pedro observou que podia transformar qualquer pilha triangular em uma pilha quadrada, reorganizando os cubinhos dessa pilha. Observe na figura como ele fez isso com a quarta pilha.

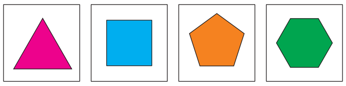


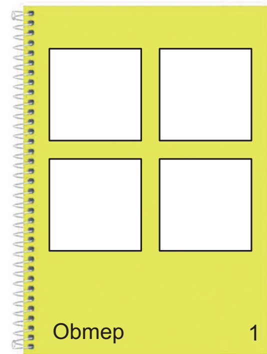
Ele usou essa ideia para calcular quantos cubinhos são necessários para construir uma pilha triangular com 99 cubinhos em sua primeira camada. Que resultado ele obteve?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Rosa tem quatro cartões quadrados e cada um deles apresenta um polígono regular diferente, de 3 a 6 lados, como mostrado na ilustração.





Ela quer colar esses cartões nos quatro espaços disponíveis da primeira página de um álbum. Dependendo de como ela cola o cartão, as figuras podem ser vistas de maneiras diferentes. Por exemplo, girando o cartão com o triângulo, ele pode ser visto de quatro maneiras diferentes (, , , ); já o quadrado só pode ser visto de uma única maneira ().

a) De quantas maneiras diferentes o pentágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?

Correção Regional | Correção Nacional

b) De quantas maneiras diferentes o hexágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?

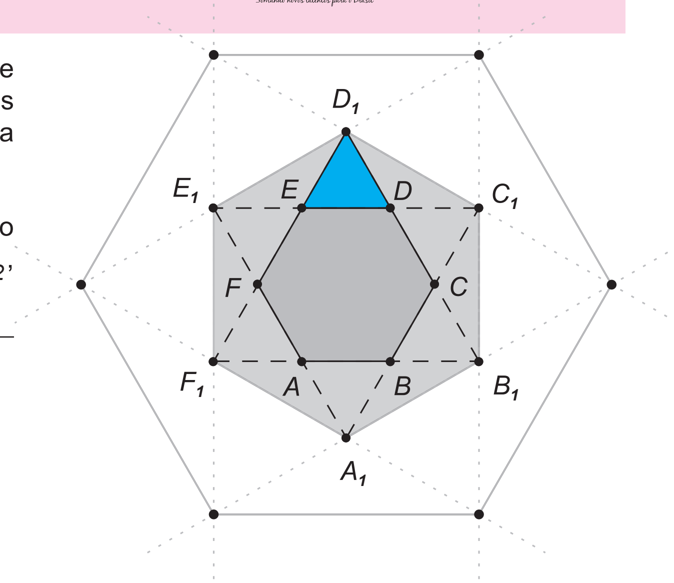
Correção Regional | Correção Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Rosa pode colar os quatro cartões nos quatro espaços da primeira página do álbum?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. Os prolongamentos dos lados de um hexágono regular *ABCDEF*, de 1 cm² de área, determinam seis pontos de interseção, que são vértices de um novo hexágono regular $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, conforme mostra a figura.



Repetindo esse processo de prolongamento de lados em cada novo hexágono obtido, determinamos novos hexágonos, $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$, $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$, e assim por diante.

a) Qual é a área do triângulo EDD_1 destacado em azul?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual é a área do hexágono $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$?

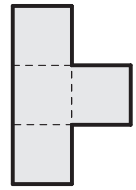
Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual é a área do hexágono $A_5B_5C_5D_5E_5F_5$?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Maria possui muitas peças, todas iguais, formadas por quatro quadradinhos, como mostra a figura ao lado. Sem sobrepor peças, ela tenta cobrir todas as casas de vários tabuleiros quadrados, fazendo coincidir os quadradinhos das peças com os do tabuleiro.



a) Desenhe na figura abaixo uma maneira de cobrir um tabuleiro 4x4 com essas peças.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que nenhum tabuleiro quadrado pode ser coberto com exatamente vinte peças.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que Maria nunca conseguirá cobrir um tabuleiro 10x10 com suas peças.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

5. Seis atletas, identificados pelas letras A, B, C, D, E e F, participaram de uma corrida de Quixajuba até Pirajuba. O atleta A saiu na frente, B saiu em seguida, e assim sucessivamente, até o atleta F, que saiu por último. O atleta D venceu a corrida e o atleta E terminou em último lugar.

A tabela mostra quantas vezes o atleta indicado na linha ultrapassou o atleta indicado na coluna. Por exemplo, o número 5 na casa rosa indica que o atleta D ultrapassou cinco vezes o atleta C durante a corrida.

	A	B	C	D	E	F
A	-	2	4	2	1	2
B	2	-	0		3	1
C	4	0	-	4	1	3
D	3	2	5	-	1	3
E	1		1	1	-	0
F	3	2	4	3	1	-

a) Quantas vezes o atleta F ultrapassou o atleta B?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual número deverá ser escrito na casa amarela?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual número deverá ser escrito na casa verde?

Correção Regional | Correção Nacional

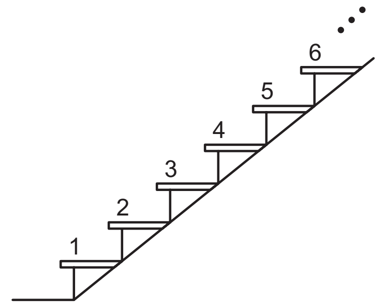
d) Em que ordem os atletas terminaram a corrida?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Fábio gosta de brincar em escadas, subindo ou descendo seus degraus da seguinte maneira:

- começa no degrau de número 1;
- a cada movimento ele sobe ou desce um ou dois degraus e, ao subir ou descer dois degraus, não pisa no degrau intermediário;
- pisa em todos os degraus exatamente uma vez.



Por exemplo, em uma escada com três degraus ele pode brincar de duas maneiras diferentes: 1-2-3, 1-3-2; com quatro degraus ele pode brincar de quatro maneiras diferentes: 1-2-3-4, 1-2-4-3, 1-3-2-4 e 1-3-4-2.

a) Fábio pode brincar de seis maneiras diferentes em uma escada com cinco degraus. Escreva essas seis maneiras.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que sempre é possível terminar a brincadeira no degrau de número 2 em qualquer escada com dois ou mais degraus.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Há 31 e 68 maneiras diferentes de se brincar em escadas com nove e onze degraus, respectivamente. De quantas maneiras diferentes Fábio pode brincar em uma escada com doze degraus?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

9ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2013
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 14 de setembro de 2013

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento | Bairro

Cidade | UF | CEP

Endereço eletrônico (email) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Visite nossas páginas na Internet: *www.obmep.org.br* *www.facebook.com/obmep*

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
    a. o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
    b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
    c. o uso de quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

SBM

impa 60 anos 1952 - 2012

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

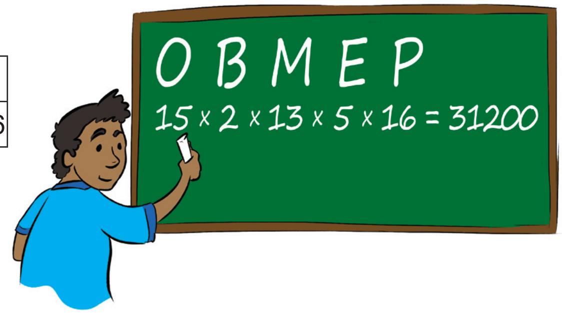
Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

1. Cirilo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Por exemplo, o número associado à palavra MAR é $13 \times 1 \times 18 = 234$.



a) Qual é o número associado à palavra CABIDE?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.

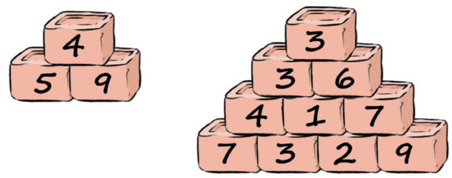
Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2013.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

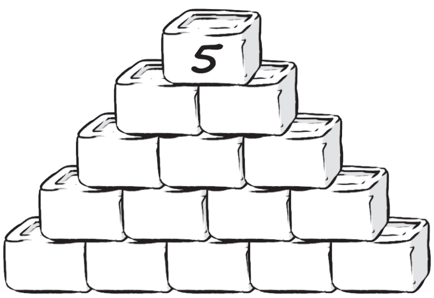
2. Uma *pilha numerada* é formada por tijolos com números de 1 a 9 empilhados em camadas, como nas figuras, de modo que o número em um tijolo é a diferença entre o maior e o menor dos números dos tijolos nos quais ele se apoia.



A ilustração mostra duas pilhas numeradas, uma com duas camadas e outra com quatro camadas.

a) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de quatro camadas com o número 2 no tijolo do topo.

Correção Regional | Correção Nacional



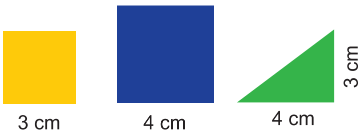
b) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de cinco camadas com o número 5 no tijolo do topo.

Correção Regional | Correção Nacional

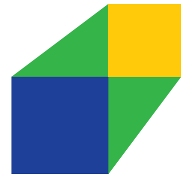
c) Explique por que não é possível construir uma pilha numerada com seis camadas que tenha o número 5 no tijolo do topo.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

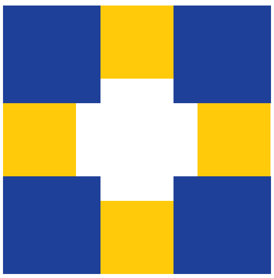


3. Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado à esquerda. Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono à direita.



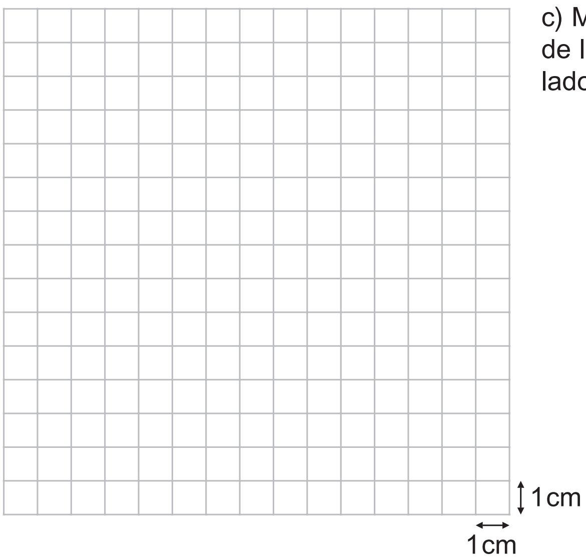
a) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

Correção Regional | Correção Nacional



b) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco?

Correção Regional | Correção Nacional



c) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm.

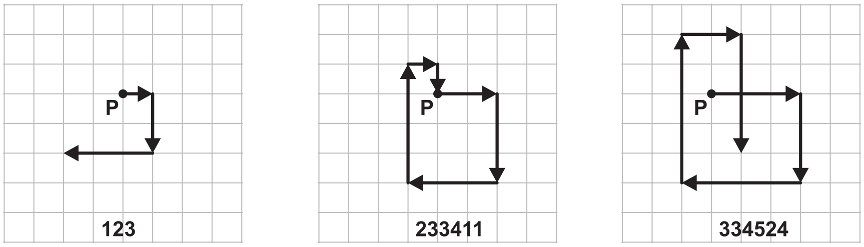
Correção Regional | Correção Nacional

d) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

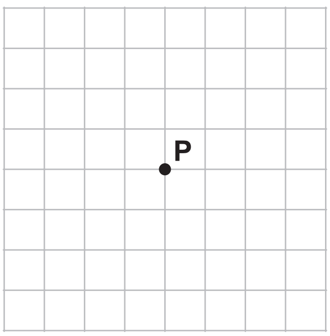
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. A *assinatura geométrica* de um número natural formado por algarismos diferentes de 0 é uma sequência de segmentos traçados sobre um quadriculado cujos quadradinhos têm 1 cm de lado. Os segmentos são traçados a partir de um ponto fixo **P**, para a direita, para baixo, para a esquerda, para cima, para a direita e assim por diante. O tamanho dos segmentos depende dos algarismos do número, como exemplificado a seguir.



Para obter a assinatura geométrica do número 334524, traça-se um segmento de 3 cm para a direita a partir de **P**, outro de 3 cm para baixo, outro de 4 cm para a esquerda, outro de 5 cm para cima, outro de 2 cm para a direita e outro de 4 cm para baixo. Na figura, vemos as assinaturas geométricas dos números 123, 233411 e 334524.



a) Trace no quadriculado a assinatura geométrica do número 123456.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos são os números de quatro algarismos que têm assinatura geométrica fechada, isto é, começando e terminando em **P**?

Correção Regional | Correção Nacional

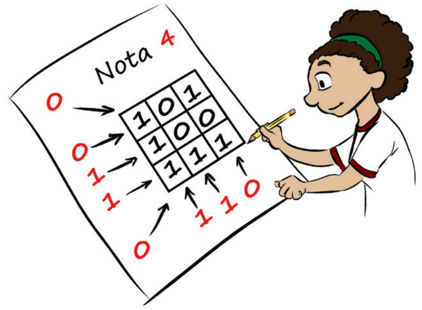
c) Quantos são os números de cinco algarismos que têm assinatura geométrica fechada?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

5. Helena brinca com tabuleiros 3×3, preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é $0+0+1+1+0+1+1+0=4$.

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

0	0	1
1	1	1
0	0	0

Correção Regional | Correção Nacional

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

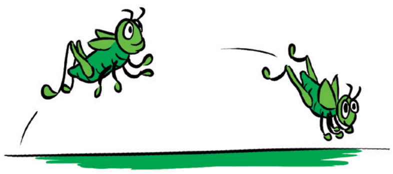
Correção Regional | Correção Nacional

d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Dois grilos, Adonis e Basílio, pulam sempre para a frente; Adonis só dá pulos de 1 cm ou 8 cm e Basílio só dá pulos de 1 cm ou 7 cm. Eles percorrem qualquer distância com o menor número de pulos possível. Por exemplo, Adonis percorre 16 cm com apenas dois pulos de 8 cm cada, enquanto Basílio precisa de quatro pulos, sendo dois de 7 cm e outros dois de 1 cm. Por outro lado, para percorrer 15 cm, Adonis precisa de oito pulos, sendo um de 8 cm e sete de 1 cm, enquanto Basílio precisa de apenas três pulos, sendo dois de 7 cm e um de 1 cm.



Indicando por $A(d)$ e $B(d)$, respectivamente, o número de pulos que Adonis e Basílio dão para percorrer d centímetros, temos $A(15) = 8$, $B(15) = 3$, $A(16) = 2$ e $B(16) = 4$.

a) Complete a tabela abaixo.

d: distância em cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A(d): número de pulos de Adonis	1	2													8	2
B(d): número de pulos de Basílio	1	2													3	4

Correção Regional | Correção Nacional

b) Encontre um número d entre 200 e 240 tal que $B(d) < A(d)$ (isto é, encontre uma distância entre 200 cm e 240 cm tal que, para percorrê-la, Basílio dá menos pulos do que Adonis).

Correção Regional | Correção Nacional

c) Encontre o maior número d tal que $B(d) = A(d)$.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

RASCUNHO

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

8ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2012
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 15 de setembro de 2012

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento **Bairro**

Cidade **UF** **CEP**

Endereço eletrônico (email) **DDD** **Telefone**

Assinatura **DDD** **Telefone (outro)**

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

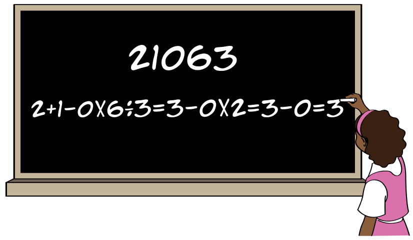
impa

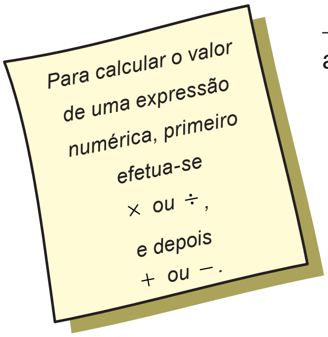
Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

1. Mônica listou todos os números naturais de cinco algarismos que não terminam com 0. Em cada um deles, ela colocou os sinais de $+$, $-$, $\times$, e $\div$ entre os algarismos, nesta ordem, e calculou o valor da expressão obtida. Por exemplo, a partir do número 26384 ela obteve $2+6-3\times 8\div 4=2$ e com o número 15765 ela obteve $1+5-7\times 6\div 5=-2{,}4$.





a) Qual foi o resultado obtido a partir do número 92653?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual foi o maior resultado obtido por Mônica?

Correção Regional | Correção Nacional

c) A partir de qual número Mônica obteve o menor resultado? Qual foi esse resultado?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Uma folha de papel quadrada de área 16 cm², branca de um lado e cinza de outro, foi dobrada como indicado ao lado. O ponto *O* é o centro do quadrado e *M* é o ponto médio do segmento *AB*.

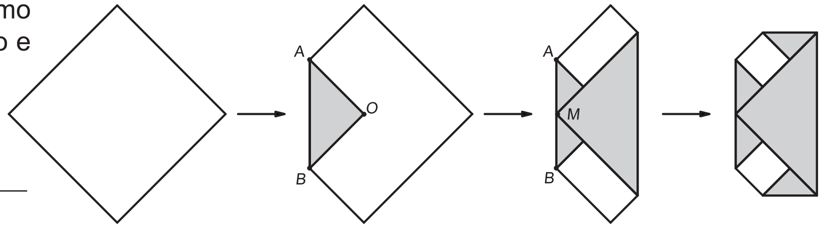


Figura I Figura II Figura III

a) Qual é a área da região branca na Figura I?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Qual é a área da região branca na Figura II?

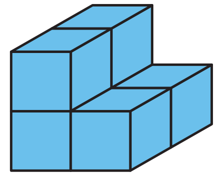
Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual é a área da região branca na Figura III?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. Cláudia gosta de montar sólidos colando cubinhos de aresta 1 cm. Ela sempre usa um pingo de cola entre duas faces de cubinhos que ficam em contato; por exemplo, para montar o sólido ao lado ela usou 7 pingos de cola.



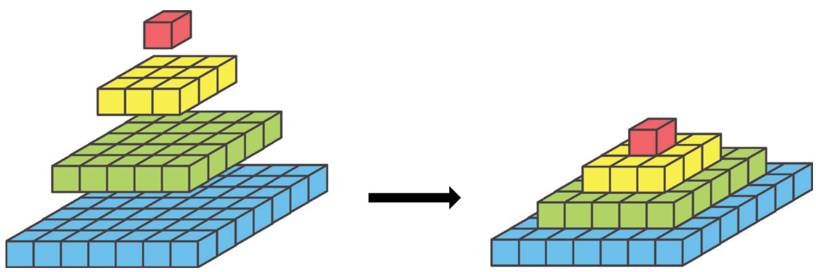
a) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 2 cm?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 3 cm?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Cláudia montou o sólido ao lado, com quatro camadas de cubinhos. Quantos pingos de cola ela usou?



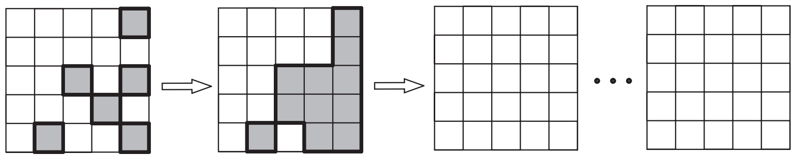
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Uma contaminação em um tabuleiro 5×5, formado por quadrados de 1 cm de lado, propaga-se em estágios de acordo com as seguintes regras:

- quadrados contaminados, indicados em cinza, permanecem contaminados no estágio seguinte;
- um quadrado não contaminado, indicado em branco, torna-se contaminado no estágio seguinte quando tem pelo menos dois lados comuns com quadrados contaminados; caso contrário, permanece não contaminado;
- a contaminação acaba quando não é possível contaminar novos quadrados.

a) Complete a figura abaixo, desenhando o terceiro e o último estágios da contaminação nos respectivos tabuleiros.


1º estágio 2º estágio 3º estágio último estágio

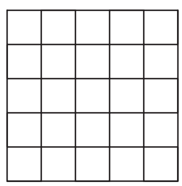
Correção Regional Correção Nacional

O *perímetro de contaminação* de um estágio é a medida do contorno da área contaminada. Por exemplo, os perímetros de contaminação do primeiro e do segundo estágios da contaminação ilustrada são 24 cm e 20 cm, respectivamente, como mostram as linhas em destaque na figura do item **a**.

b) Escreva os perímetros de contaminação do terceiro e do último estágios da contaminação do item **a**.

Correção Regional Correção Nacional

c) Desenhe um estágio com apenas 5 quadrados contaminados tal que, ao final da contaminação, todo o tabuleiro fique contaminado.



Correção Regional Correção Nacional

d) Explique por que o perímetro de contaminação nunca aumenta de um estágio para o seguinte.

Correção Regional Correção Nacional

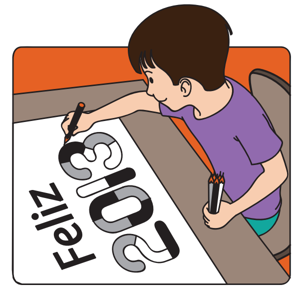
e) Explique por que não é possível contaminar todo o tabuleiro a partir de um estágio com menos de 5 quadrados contaminados.

Correção Regional Correção Nacional

TOTAL Correção Regional Correção Nacional

5. Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de $3 \times 2 \times 2$ maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?



Correção Regional | Correção Nacional

b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

Correção Regional | Correção Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

Correção Regional | Correção Nacional

d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. A professora de Matemática organizou a seguinte brincadeira em sala de aula: colocou os alunos em fila e pediu para o primeiro falar três números inteiros e positivos. A seguir, pediu para o segundo aluno somar dois a dois os números falados pelo primeiro aluno e falar os três resultados em voz alta. A brincadeira prosseguiu com cada aluno falando as somas, dois a dois, dos três números falados pelo aluno anterior.

a) Se os números falados pelo primeiro aluno da fila foram 2, 5 e 6, quais foram os números falados pelo terceiro aluno?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Em outra vez que fizeram a brincadeira, os números falados pelo terceiro aluno da fila foram 13, 14 e 21. Quais foram os números falados pelo primeiro aluno?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Ao fazerem a brincadeira mais uma vez, dois dos números falados pelo quarto aluno foram 48 e 61. Qual foi o terceiro número que ele falou?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

7ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2011
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

8º e 9º anos do Ensino Fundamental

2ª FASE – 5 de novembro de 2011

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento **Bairro**

Cidade **UF** **CEP**

Endereço eletrônico (email) **DDD** **Telefone**

Assinatura **DDD** **Telefone (outro)**

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

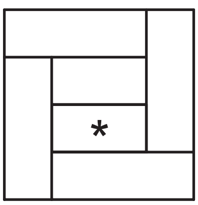
SBM impa Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação Ministério da Educação GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

1. Sara recortou três tiras retangulares diferentes de papel.

a) Ela recortou a primeira tira em três retângulos iguais, como na figura abaixo. Com esses retângulos, formou um quadrado de 36 cm^2 de área. Encontre as medidas dos lados dos retângulos que ela recortou.

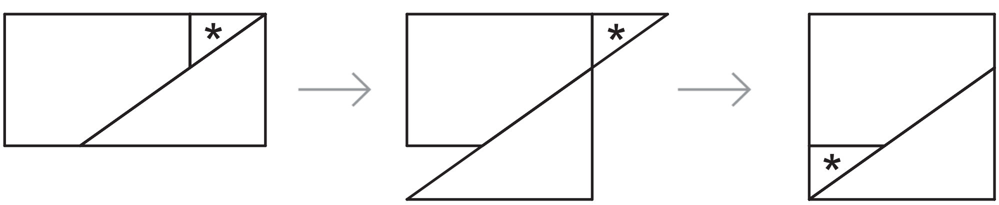
Correção Regional | Correção Nacional

b) Ela recortou a segunda tira em seis retângulos de mesma largura e com eles formou um quadrado de 36 cm^2 de área, como na figura. Encontre o perímetro e a área do retângulo indicado com *.



Correção Regional | Correção Nacional

c) As medidas da terceira tira eram 4,5 cm e 2 cm. Sara recortou essa tira em três pedaços e com eles formou um quadrado, como na figura. Qual é a área do triângulo indicado com *?



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

2. Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

- dobre o número obtido no primeiro dado, some 3 e multiplique por 5;
- some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
- some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
- anuncie o resultado final.

Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

Correção Regional | Correção Nacional

c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

3. O *múltiplo irado* de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

Um número natural é divisível por 3 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 3; e é divisível por 9 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 9.

a) Qual é o múltiplo irado de 20?

Correção Regional	Correção Nacional

b) Qual é o múltiplo irado de 9?

Correção Regional	Correção Nacional

c) Qual é o múltiplo irado de 45?

Correção Regional	Correção Nacional

d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

Correção Regional	Correção Nacional

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL		

4. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

Correção Regional | Correção Nacional

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

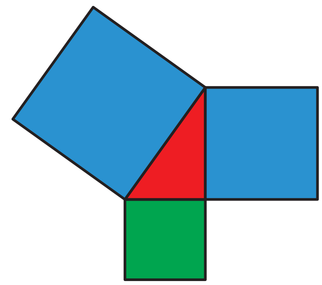
Correção Regional | Correção Nacional

d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

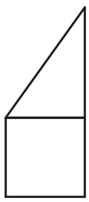
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

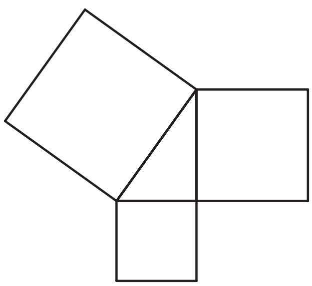
5. João vai pintar figuras compostas por quadrados e triângulos. Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou verde e cada triângulo de azul, vermelho ou amarelo, de modo que polígonos com um lado comum não tenham a mesma cor. Em cada um dos itens abaixo, determine de quantas maneiras João pode pintar a figura correspondente.



a)

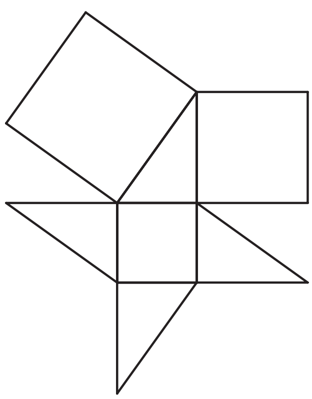


b)



Correção Regional | Correção Nacional

c)

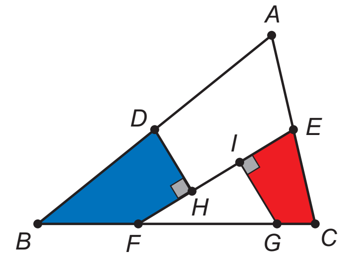


Correção Regional | Correção Nacional

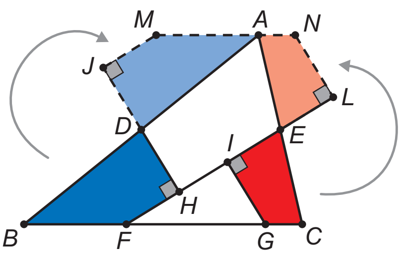
Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo *ABC* dividido em quatro partes; nesses triângulos, *D* é ponto médio de *AB*, *E* é ponto médio de *AC* e *FG* mede $\frac{1}{2}BC$.

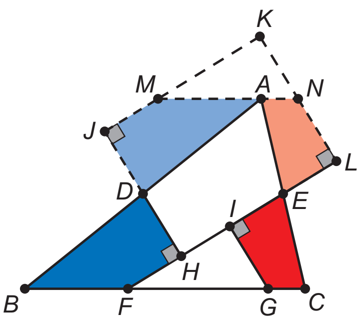


a) Os quadriláteros *DJMA* e *ELNA* são obtidos girando de 180º os quadriláteros *DHFB* e *EIGC* em torno de *D* e *E*, respectivamente. Explique por que os pontos *M, A* e *N* estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo *MÂN* é igual a 180º.



Correção Regional | Correção Nacional

b) Na figura, o ponto *K* é a interseção das retas *JM* e *LN*. Explique por que os triângulos *FGI* e *MNK* são congruentes.



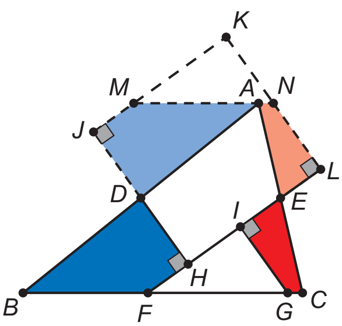
Correção Regional | Correção Nacional

Os itens acima mostram que *HJKL* é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo *ABC* foi dividido.

c) Mostre que $LH = EF$.

Correção Regional | Correção Nacional

d) Na figura o triângulo *ABC* tem área 9 e *HJKL* é um quadrado. Calcule o comprimento de *EF*.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 11 de setembro de 2010

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento | Bairro

Cidade | UF | CEP

Endereço eletrônico (email) | DDD | Telefone

Assinatura | DDD | Telefone (outro)

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

"Liberdade é uma palavra que o sonho humano alimenta, não há ninguém que explique e ninguém que não entenda."

Cecília Meireles

Homenagem da OBMEP à grande poetisa brasileira Cecília Meireles.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

impa

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

1. Um "matemágico" faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: "Sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois

- some 1, se o cartão for verde;
- some 2, se o cartão for amarelo;
- some 3, se o cartão for azul;
- some 4, se o cartão for vermelho.

Diga-me o resultado final e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu."

a) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?

Correção Regional	Correção Nacional

b) Mariazinha disse "Setenta e seis" para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

Correção Regional	Correção Nacional

c) Após escolher um cartão, Pedrinho disse "Sessenta e um" e o matemágico respondeu "Você errou alguma conta". Explique como o matemágico pôde saber isso.

Correção Regional	Correção Nacional

	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL		

2. Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

a) Quantos desses cartões têm um número que é múltiplo de 3?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Quantos desses cartões têm um número par que não é múltiplo de 3?

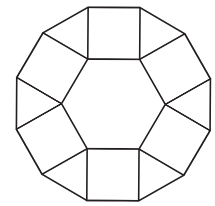
Correção Regional | Correção Nacional

c) Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza de que 2 ou 3 seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois dos cartões selecionados?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

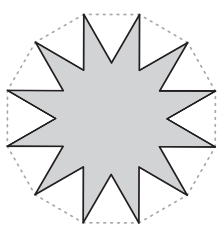
3. A figura mostra um dodecágono regular decomposto em seis triângulos equiláteros, seis quadrados e um hexágono regular, todos com lados de mesma medida.



a) Se cada triângulo da figura tem área igual a 1 cm^2, qual é a área do **hexágono**?

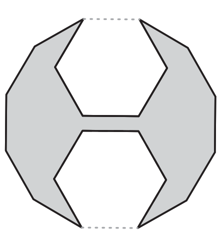
Correção Regional | Correção Nacional

b) A figura abaixo foi obtida retirando doze triângulos equiláteros de um dodecágono regular cujo lado mede 1 cm. Qual é a área dessa figura?



Correção Regional | Correção Nacional

c) A figura abaixo foi obtida retirando dois hexágonos regulares de um dodecágono regular cujo lado mede 1 cm. Qual é a área dessa figura?



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

4. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é $5+8+2=15$ e a soma dos números da segunda coluna é $9+7+8=24$. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

Correção Regional | Correção Nacional

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2010
Somando novos talentos para o Brasil

5. Juliana quer dar a cada uma das 26 letras *A, B, C, D,..., W, X, Y, Z* do alfabeto um valor numérico diferente de zero, de tal modo que $A \times C = B$, $B \times D = C$, $C \times E = D$, e assim por diante, até $X \times Z = Y$.

a) Se Juliana der a *A* e *B* os valores 5 e 7, respectivamente, quais serão os valores de *C*, *D* e *E*?

Correção Regional | Correção Nacional

b) Mostre que $G = A$, quaisquer que sejam os valores que Juliana der para *A* e *B*.

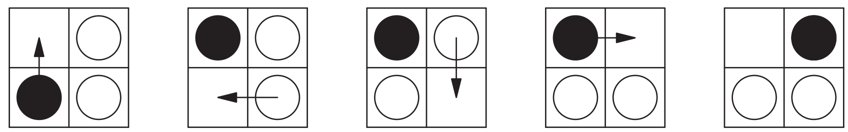
Correção Regional | Correção Nacional

c) Se Juliana der valores para *A* e *B* tais que $A \times B = 2010$, qual será o valor do produto $A \times B \times C \times D \times \ldots \times W \times X \times Y \times Z$?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

6. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro quadriculado e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro 2×2.

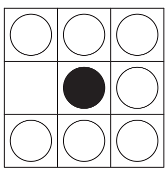


posição inicial **posição final**

Esta sequência de movimentos pode ser descrita por (↑, ←,↓,→).

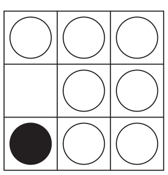
---

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



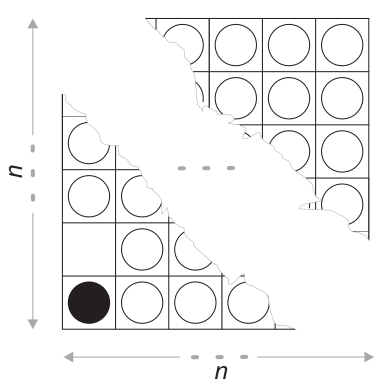
Correção Regional | Correção Nacional

b) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro 3×3 abaixo.



Correção Regional | Correção Nacional

c) Mostre que em um tabuleiro $n \times n$, como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em $6n - 8$ movimentos.



Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

RASCUNHO

5ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2009
Somando novos talentos para o Brasil

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 2

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 24 de outubro de 2009

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

impa — SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA — Ministério da Ciência e Tecnologia — Ministério da Educação — BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro abaixo. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro abaixo e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

"Espera, espera, tive uma idéia e uma idéia não se deixa fugir."

Euclydes da Cunha

Homenagem da OBMEP ao grande escritor brasileiro Euclides da Cunha, por ocasião do centenário de sua morte.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento **Bairro**

Cidade **UF** **CEP**

Endereço eletrônico (email) **DDD** **Telefone**

Assinatura **DDD** **Telefone (outro)**

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

(1) Um número inteiro positivo *esconde* outro número quando, apagando alguns de seus algarismos, aparece o outro. Por exemplo, o número 123 esconde os números 1, 2, 3, 12, 13 e 23, mas não esconde 32, 123 e 213.

(a) Qual é o maior número de três algarismos escondido por 47239?

Correção Regional | Correção Nacional

(b) Qual é o menor número que esconde simultaneamente 2009 e 9002?

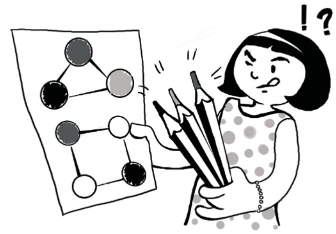
Correção Regional | Correção Nacional

(c) Ache um múltiplo de 2009 que esconde 2009 e cujo algarismo das unidades é 3.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

(2) Ana quer colorir as bolinhas das figuras 1, 2 e 3 de azul (A), preto (P) ou vermelho (V) de modo que **bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes**.



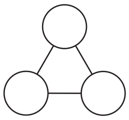


Figura 1

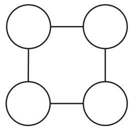


Figura 2

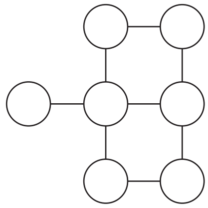
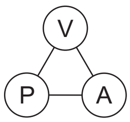
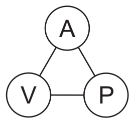
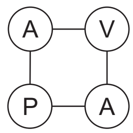


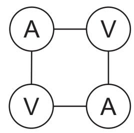
Figura 3

Veja a seguir duas maneiras diferentes de colorir a figura 1 e duas maneiras diferentes de colorir a figura 2:









(a) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 1?

Correção Regional | Correção Nacional

(b) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 2?

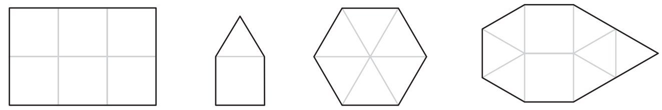
Correção Regional | Correção Nacional

(c) De quantas maneiras diferentes Ana pode colorir a figura 3?

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

(3) Um polígono convexo é *elegante* quando ele pode ser decomposto em triângulos equiláteros, quadrados ou ambos, todos com lados de mesmo comprimento. Ao lado, mostramos alguns polígonos elegantes, indicando para cada um deles uma decomposição e o número de lados.



4 lados **5 lados** **6 lados** **7 lados**

Em um polígono convexo todos os ângulos internos são menores que 180º.

(a) Desenhe um polígono elegante de 8 lados, indicando uma decomposição.

Correção Regional | Correção Nacional

(b) Quais são as possíveis medidas dos ângulos internos de um polígono elegante?

Correção Regional | Correção Nacional

A soma dos ângulos internos de um polígono de n lados é $(n-2)\times 180^\circ$.

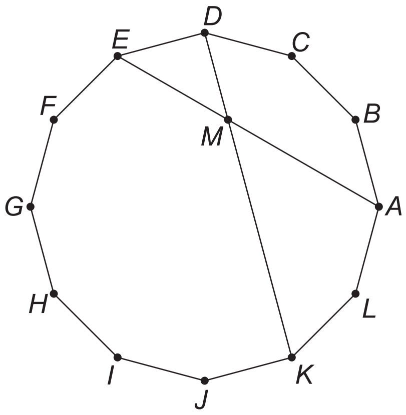
c) Mostre que um polígono elegante não pode ter mais que 12 lados.

Correção Regional | Correção Nacional

(d) Desenhe um polígono elegante de 12 lados, indicando uma decomposição.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional



(4) O polígono *ABCDEFGHIJKL* é regular e tem doze lados.

Em um polígono regular todos os lados têm o mesmo comprimento e todos os ângulos internos têm a mesma medida.

(a) Qual é a medida dos ângulos internos do polígono?

Correção Regional | Correção Nacional

(b) O ponto M é a interseção dos segmentos AE e DK. Quais são as medidas dos ângulos $M\hat{D}E$ e $D\hat{M}E$?

Correção Regional | Correção Nacional

(c) Qual é a medida do ângulo $C\hat{B}M$?

Correção Regional | Correção Nacional

(d) Prove que os pontos B, M e F estão alinhados.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

(5) Um número inteiro n é *simpático* quando existem inteiros positivos a, b e c tais que $a < b < c$ e $n = a^2 + b^2 - c^2$. Por exemplo, os números 1 e 2 são simpáticos, pois $1 = 4^2 + 7^2 - 8^2$ e $2 = 5^2 + 11^2 - 12^2$.

(a) Verifique que $(3x+1)^2 + (4x+2)^2 - (5x+2)^2$ é igual a $2x+1$, qualquer que seja x.

Correção Regional | Correção Nacional

(b) Encontre números inteiros m e n tais que $(3x-m)^2 + (4x-n)^2 - (5x-5)^2 = 2x$, qualquer que seja x.

Correção Regional | Correção Nacional

(c) Mostre que o número 4 é simpático.

Correção Regional | Correção Nacional

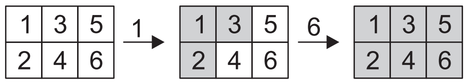
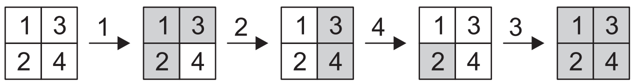
(d) Mostre que todos os números inteiros positivos são simpáticos.

Correção Regional | Correção Nacional

TOTAL Correção Regional | Correção Nacional

> *Casas vizinhas são casas que têm um lado comum.*

(6) No jogo do *Troca-Cor* usa-se um tabuleiro com duas linhas e com quantas colunas quisermos, cujas casas podem mudar da cor branca para cinza e vice-versa. As casas da 1ª linha são numeradas com os números ímpares e as da 2ª linha com os números pares. Em cada jogada aperta-se uma casa e, então, essa casa e as casas vizinhas mudam de cor. Uma *partida completa* começa com todas as casas brancas e termina quando todas ficam cinzas. Veja dois exemplos de partidas completas (os números acima das flechas indicam a casa apertada em cada jogada):

Tabuleiro	**Partida completa**	**Jogadas**
2 3		1 e 6
2 2		1, 2, 4 e 3

Tabuleiro **Jogadas**

(a) Escreva as jogadas de uma partida completa nos tabuleiros ao lado.

1	3	5	7	9
2	4	6	8	10

1	3	5	7
2	4	6	8

Correção Regional Correção Nacional

(b) Explique como jogar uma partida completa no tabuleiro 2 100.

Correção Regional Correção Nacional

(c) Explique como jogar uma partida completa com exatamente 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

Correção Regional Correção Nacional

(d) Explique porque não é possível jogar uma partida completa com menos que 51 jogadas no tabuleiro 2 101.

Correção Regional Correção Nacional

TOTAL Correção Regional Correção Nacional

R A S C U N H O

4ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

OBMEP 2008

Somando novos talentos para o Brasil

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 2

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 08 de novembro de 2008

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

impa

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seus dados no quadro (nome e endereço completos) e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.
2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.
4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
5. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
6. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
9. Não escreva nos espaços sombreados.

“Uma boa escrita imita a boa arte das lavadeiras de roupa. Carece de bater na pedra e enxugar o pano, uma, duas, três vezes, até levá-lo ao varal quase sem água. Escrever é secar ao sol.”

Graciliano Ramos

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Graciliano Ramos.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno

Complemento | **CEP**

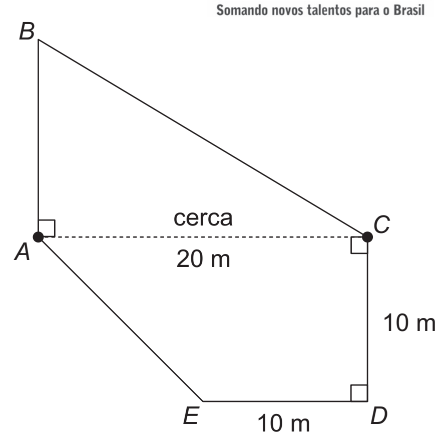
Cidade | **UF**

Assinatura | **DDD** | **Telefone (opcional)**

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
Correção Nacional							

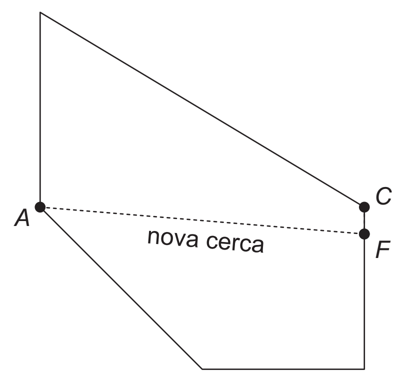
4ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2008
Somando novos talentos para o Brasil

(1) A figura ao lado representa o terreno de Sinhá Vitória. Esse terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento *AC*. A parte triangular *ABC* tem área igual a 120 m².



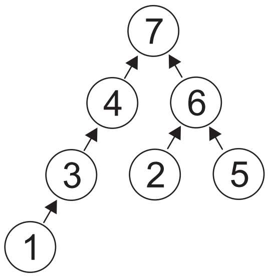
a) Qual é a área total do terreno?

(b) Sinhá Vitória quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento *AF* na figura, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância *CF*?

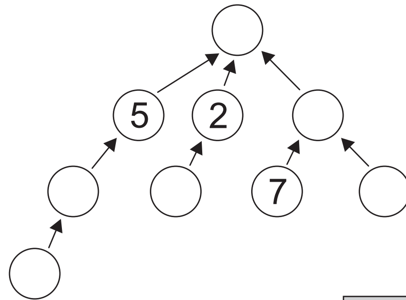


TOTAL

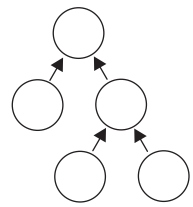
(2) Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi *bem preenchida*.



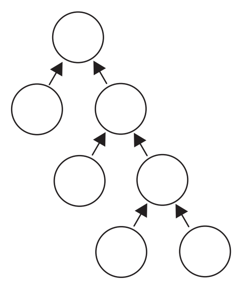
(a) Complete a figura abaixo com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.



(b) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?

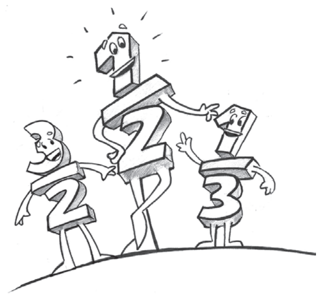


(c) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



TOTAL

(3) Para qualquer número **positivo** x, dizemos que os números $x + 1$ e $\dfrac{x}{x+1}$ são *filhos* de x e que os dois são irmãos. Por exemplo, $\dfrac{3}{2}$ e $\dfrac{1}{3}$ são irmãos, pois são filhos de $\dfrac{1}{2}$; de fato, $\dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2} + 1$ e $\dfrac{1}{3} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1}$.



(a) Encontre um irmão de $\dfrac{5}{7}$.

(b) Um número pode ser filho de dois números positivos diferentes? Por quê?

(c) Mostre que $\dfrac{1}{2008}$ é descendente de 1, isto é, ele é filho de um filho de um filho … de um filho de 1.

TOTAL

(4) Um conjunto de inteiros consecutivos é *equilibrado* se ele pode ser dividido em dois subconjuntos com o mesmo número de elementos, de modo que:

1) os dois subconjuntos não tenham elementos em comum;
2) a soma dos elementos de um dos subconjuntos seja igual à soma dos elementos do outro;
3) a soma dos quadrados dos elementos de um dos subconjuntos seja igual à soma dos quadrados dos elementos do outro.

Por exemplo, o conjunto {7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14} é equilibrado, pois podemos dividi-lo nos subconjuntos {7, 10, 12, 13} e {8, 9, 11, 14}, e

$$7 + 10 + 12 + 13 = 8 + 9 + 11 + 14$$

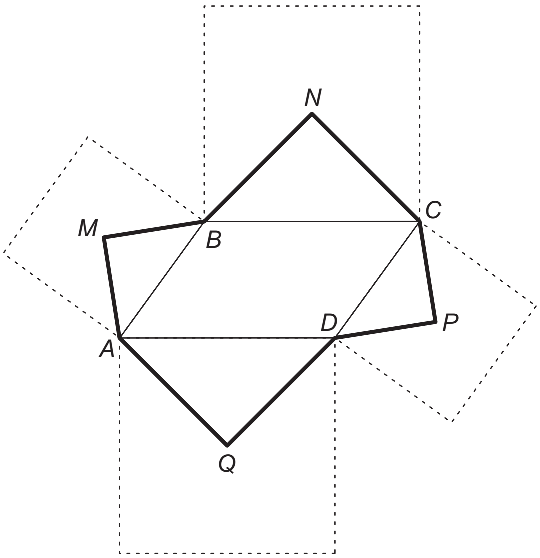
$$7^2 + 10^2 + 12^2 + 13^2 = 8^2 + 9^2 + 11^2 + 14^2.$$

(a) Verifique que o conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} é equilibrado.

(b) Mostre que qualquer conjunto de oito inteiros consecutivos é equilibrado.

(c) Mostre que nenhum conjunto de quatro inteiros consecutivos é equilibrado.

TOTAL



(5) Na figura, *ABCD* é um paralelogramo de área 20 cm^2 e lados medindo 4 cm e 6 cm. Os pontos *M*, *N*, *P* e *Q* são os centros dos quadrados construídos sobre os lados do paralelogramo.

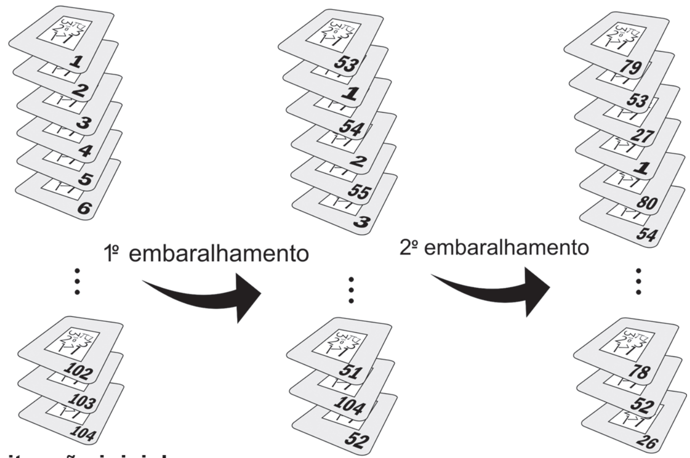
(a) Calcule a área do polígono *AMBNCPDQ*.

(b) Mostre que os ângulos $M\hat{A}Q$ e $M\hat{B}N$ têm a mesma medida.

(c) Mostre que *MNPQ* é um quadrado e calcule sua área.

TOTAL

(6) Considere uma pilha de cartas numeradas de 1 a 104. Um *embaralhamento* dessa pilha consiste em intercalar as 52 cartas de cima com as 52 de baixo, de modo que a carta que estava no topo fique em segundo lugar de cima para baixo. A figura mostra dois embaralhamentos seguidos a partir da situação inicial, na qual as cartas estão dispostas em ordem crescente de cima para baixo.



situação inicial

(a) Complete a tabela.

número de embaralhamentos a partir da situação inicial	1	2	3	4	5	6
posição da carta de número 5 a partir do topo da pilha	10ª					

(b) Partindo da situação inicial, qual será a posição da carta de número *n* após um embaralhamento?

(c) Partindo da situação inicial, ache duas cartas que trocam de lugar uma com a outra a cada embaralhamento.

(d) Um grupo de três cartas que trocam de lugar entre si a cada embaralhamento é chamado *trio invariante*. Partindo da situação inicial, encontre todos os trios invariantes.

TOTAL

3ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

OBMEP 2007

Somando novos talentos para o Brasil

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nível 2

7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental

2ª FASE – 20 de outubro de 2007

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

Ministério da Ciência e Tecnologia — Ministério da Educação — BRASIL UM PAÍS DE TODOS — impa — SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seu nome e endereço completos no quadro abaixo e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.

2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.

3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.

4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.

5. Na correção serão consideradas todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

6. Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.

7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.

8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.

9. Não escreva nos espaços sombreados.

“Eu não tenho o hábito da leitura. Eu tenho paixão da leitura. O livro sempre foi para mim uma fonte de encantamento. Eu leio com prazer, leio com alegria.”

Ariano Suassuna

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Ariano Suassuna, que a OBMEP homenageia por ocasião de seu 80º aniversário.

Dados do aluno

Endereço completo do aluno

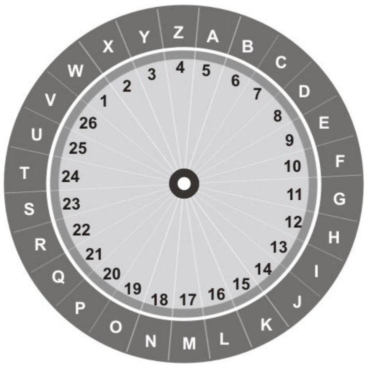
Complemento — **CEP**

Cidade — **UF**

Assinatura — **DDD** — **Telefone (opcional)**

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
Correção Nacional							

(1) Um antigo método para codificar palavras consiste em escolher um número de 1 a 26, chamado *chave* do código, e girar o disco interno do aparelho ilustrado na figura até que essa chave corresponda à letra A. Depois disso, as letras da palavra são substituídas pelos números correspondentes, separados por tracinhos. Por exemplo, na figura ao lado a chave é 5 e a palavra *PAI* é codificada como 20-5-13.



(a) Usando a chave indicada na figura, descubra qual palavra foi codificada como 23-25-7-25-22-13.

(b) Codifique *OBMEP* usando a chave 20.

(c) Chicó codificou uma palavra de 4 letras com a chave 20, mas esqueceu-se de colocar os tracinhos e escreveu 2620138. Ajude o Chicó colocando os tracinhos que ele esqueceu e depois escreva a palavra que ele codificou.

(d) Em uma outra chave, a soma dos números que representam as letras *A*, *B* e *C* é 52. Qual é essa chave?

(a)

(b)

(c)

(d)

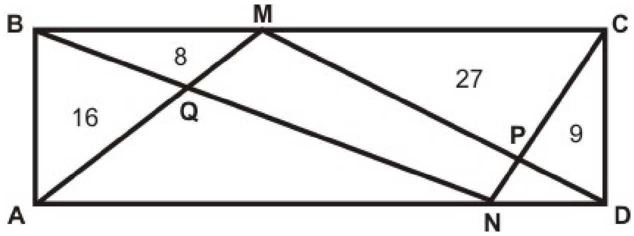
TOTAL

(2) Na figura *ABCD* é um retângulo, *M* e *N* são pontos nos lados *BC* e *AD*, respectivamente, e os números representam as áreas dos triângulos *ABQ*, *BQM*, *MPC* e *CPD* em cm^2.

(a) Qual é a área do triângulo *AMD*? Por quê?

(b) Calcule a soma das áreas dos triângulos *AQN* e *NPD*.

(c) Calcule a área do quadrilátero *MPNQ*.



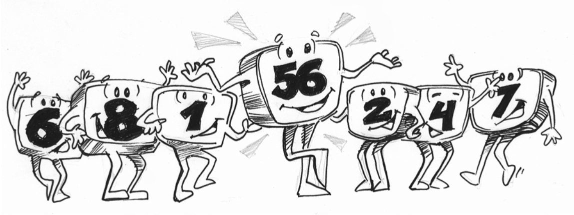
(a)

(b)

(c)

TOTAL

(3) Um algarismo é *afilhado* de um número natural se ele é o algarismo das unidades de algum divisor desse número. Por exemplo, os divisores de 56 são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 e 56, logo os afilhados de 56 são 1, 2, 4, 6, 7 e 8.



(a) Quais são os afilhados de 57?

(b) Ache um número que tenha 7 e 9 como afilhados, mas não 3. Quais são os afilhados desse número?

(c) Explique porque 2 e 5 são afilhados de qualquer número que tenha 0 entre seus afilhados.

(d) Explique porque 8 é afilhado de qualquer número que tenha 0 e 9 entre seus afilhados.

(a)

(b)

(c)

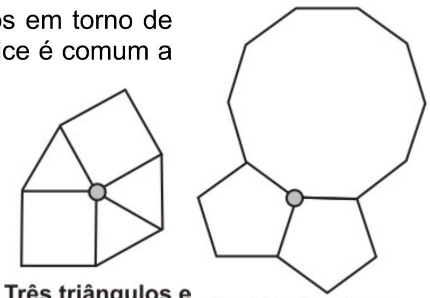
(d)

TOTAL

(4) (a) Complete a tabela abaixo, lembrando que a soma de todos os ângulos internos é de um polígono regular de n lados é $(n-2)\times 180^{\circ}$.

n	*Soma dos ângulos internos*	*Ângulo interno*
3	180º	60º
4	360º	90º
5		
6		
8		

Dizemos que três ou mais polígonos regulares *se encaixam* se é possível colocá-los em torno de um vértice comum, sem sobreposição, de modo que cada lado que parte desse vértice é comum a dois desses polígonos. Na figura vemos dois exemplos de polígonos que se encaixam.



Três triângulos e dois quadrados **Um decágono e dois pentágonos**

(b) Um quadrado e dois octógonos (polígonos regulares de oito lados) se encaixam? Justifique sua resposta.

(c) Um triângulo equilátero, um heptágono (polígono regular de sete lados) e um outro polígono se encaixam. Quantos lados tem esse polígono?

(b)

(c)

TOTAL

(5) Os times *A*, *B*, *C*, *D* e *E* disputaram, entre si, um torneio de futebol com as seguintes regras:

- o vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- em caso de empate cada um dos times ganha 1 ponto;
- cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.

O campeão do torneio foi o time *A*, seguido na classificação por *B*, *C*, *D* e *E*, nessa ordem. Além disso

- o time *A* não empatou nenhuma partida;
- o time *B* não perdeu nenhuma partida;
- todos os times terminaram o torneio com números diferentes de pontos.

(a) O time *A* ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time *B*? Por quê?

(b) Com quantos pontos o time *A* terminou o torneio? Por quê?

(c) Explique porque o time *B* obteve um número par de pontos nesse torneio.

(d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe, em cada coluna da tabela, um círculo em volta do nome do time ganhador ou em volta do ×, em caso de empate.

(a)

(b)

(c)

(d)

A	*A*	*A*	*A*	*B*	*B*	*B*	*C*	*C*	*D*
×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
B	*C*	*D*	*E*	*C*	*D*	*E*	*D*	*E*	*E*

TOTAL

(6) Fernando e Isaura inventaram um jogo diferente, cujas regras são as seguintes:

1. eles começam uma partida com 128 palitos cada um;
2. em cada jogada, eles tiram par ou ímpar; se sai par, Fernando dá metade dos palitos que tem para Isaura e, se sai ímpar, Isaura dá a metade dos palitos que tem para Fernando.
3. eles repetem o procedimento da regra 2 até que um deles fique com um número ímpar de palitos, quando a partida acaba. Ganha quem ficar com maior número de palitos.

Veja o que acontece em uma partida onde a seqüência das três primeiras jogadas é **par**, **ímpar**, **par**:

Fernando	Isaura
128	128

$\xrightarrow[\text{1ª jogada}]{\textbf{par}}$

Fernando	Isaura
64	192

$\xrightarrow[\text{2ª jogada}]{\textbf{ímpar}}$

Fernando	Isaura
160	96

$\xrightarrow[\text{3ª jogada}]{\textbf{par}}$

Fernando	Isaura
80	176

...

(a) Complete o esquema com o número de palitos de Fernando e Isaura, de acordo com as jogadas indicadas.

(b) Uma partida acabou quando Fernando ficou com 101 palitos. Na última jogada saiu par ou ímpar?

(c) Qual foi a seqüência de pares e ímpares da partida que acabou quando Fernando ficou com 101 palitos?

(d) Mostre que qualquer partida acaba com exatamente sete jogadas.

(a)

Fernando	Isaura
128	128

$\xrightarrow[\text{1ª jogada}]{\textbf{ímpar}}$

Fernando	Isaura

$\xrightarrow[\text{2ª jogada}]{\textbf{ímpar}}$

Fernando	Isaura

$\xrightarrow[\text{3ª jogada}]{\textbf{par}}$

Fernando	Isaura

...

(b)

(c)

(d)

TOTAL

2ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

OBMEP 2006

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental

2ª FASE – 18 de novembro de 2006

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da equipe da OBMEP!

Ministério da Ciência e Tecnologia **Ministério da Educação** impa SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva seus dados (nome e endereço completos) e assine no local indicado. Assine também a lista de presença.
2. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
3. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 25 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
4. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever soluções na folha de rascunho.
5. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
6. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas além do aplicador.
9. Não escreva nos espaços sombreados.

"Felicidade é a certeza de que nossa vida não está se passando inutilmente". Erico Verissimo

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do grande escritor brasileiro Érico Veríssimo.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno

Complemento

CEP

Cidade

UF

DDD

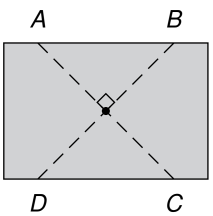
Telefone (opcional)

Assinatura

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional							
Correção Nacional							

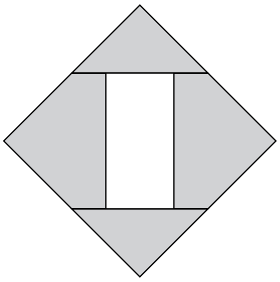
(1) Uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foi cortada ao longo das linhas tracejadas *AC* e *BD* em quatro pedaços: dois triângulos iguais e dois polígonos iguais de cinco lados cada um, como na figura I.

I



Os segmentos *AC* e *BD* têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos.

II



(a) Qual é o comprimento do segmento *AB*?

(b) Qual é a área de um pedaço triangular? E de um pedaço de cinco lados?

(c) Com os quatro pedaços podemos montar um quadrado com um buraco retangular, como na figura II. Qual é a área do buraco?

(a)

(b)

(c)

TOTAL

(2) Na tabela, o Capitão Rodrigo escreveu a letra *Q* embaixo de todos os números que são quadrados perfeitos e a letra *N* embaixo de todos os outros.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	···	2004	2005	2006
Q	*N*	*N*	*Q*	*N*	*N*	*N*	*N*	*Q*	*N*	*N*	*N*	*N*	*N*	*N*	*Q*	*N*	···	*N*	*N*	*N*

(a) Quantas vezes o Capitão Rodrigo escreveu a letra *Q*?

(b) Que número está acima do milésimo *N* a partir da esquerda?

(c) O Capitão Rodrigo percebeu que em uma parte da tabela aparece a seqüência $Q\overbrace{NNNN\ldots NNNN}^{\text{100 letras } N}Q$ ou seja, uma letra *Q* seguida de 100 letras *N* seguidas de outra letra *Q*. Que número está acima do primeiro *Q* dessa seqüência?

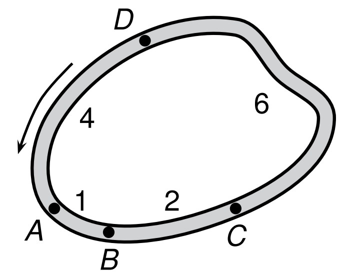
(a)

(b)

(c)

TOTAL

(3) A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha.
Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em D e chegada em A.



(a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?

(b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

(c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

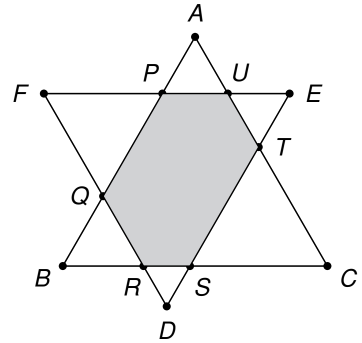
(a)

(b)

(c)

TOTAL

(4) Na figura, os triângulos *ABC* e *DEF* são equiláteros de lados 14 cm e 13 cm, respectivamente, e os lados *BC* e *EF* são paralelos.



(a) Calcule a medida do ângulo $E\widehat{U}T$.

(b) Calcule o perímetro do polígono *PQRSTU*.

(c) Se o segmento *PQ* mede 6 cm, qual é a medida do segmento *ST*?

(a)

(b)

(c)

TOTAL

(5) Ana Terra, Bibiana e Pedro Missionário distribuíram entre si dezenove cartões numerados de 1 a 19. Ana ficou com nove desses cartões, Bibiana, com outros nove e Pedro Missionário, com o cartão que sobrou.

(a) É possível que a soma dos números escritos nos cartões de Ana seja 136? Por quê?

(b) Se a soma dos números escritos nos cartões de Ana é 90 a mais que a soma dos números escritos nos cartões de Bibiana, qual é o número escrito no cartão de Pedro Missionário?

(a)

(b)

TOTAL

(6) O quadrado da figura I é chamado *especial* porque

1. ele está dividido em 16 quadrados iguais;
2. em cada linha e em cada coluna aparecem os algarismos 1, 2, 3 e 4;
3. em cada um dos quadrados *A*, *B*, *C* e *D* (como na figura II) aparecem os algarismos 1, 2, 3 e 4.

4	2	1	3
1	3	2	4
3	1	4	2
2	4	3	1

I

A	*B*
C	*D*

II

(a) Complete o quadrado abaixo de modo que ele se torne especial.

	2		
3	4		
		1	
			2

(b) É possível completar o quadrado abaixo de modo a obter um quadrado especial? Por quê?

1	2		
3	4		
			2
			1

(c) Exiba todas as maneiras de completar o quadrado abaixo de modo a obter um quadrado especial.

1	2		
3	4		
			1

(d) Quantos quadrados especiais existem?

TOTAL

1ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2005

Somando novos talentos para o Brasil

Nível 2

7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental

2ª FASE - 8 de outubro de 2005

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome do(a) aluno(a): ______________________________

Assinatura do(a) aluno(a): ______________________________

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e alegria em estudar Matemática.

Um abraço da equipe da OBMEP!

impa

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

"Aquele que toma a realidade e faz um sonho é um artista. Também será artista aquele que do sonho faz a realidade."

Malba Tahan

Os nomes usados nesta prova são de personagens da obra do professor de Matemática brasileiro Júlio César de Mello e Souza, escritor conhecido como Malba Tahan.

INSTRUÇÕES

- Verifique se os dados da etiqueta acima estão corretos. Escreva e assine o seu nome nos locais indicados e assine a lista de presença.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 20 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar.
- O que você escrever na página de rascunho não será considerado.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
- Não é permitido comunicar-se com outras pessoas além do aplicador.
- Não escreva nos espaços sombreados.

	Nota 1	Nota 2
1		
2		
3		
4		
5		
6		
TOTAL		

QUESTÃO 1

Regras da Brincadeira	
Números com 1 algarismo	**Números com mais de 1 algarismo**
multiplicar por 2	*multiplicar por 2* OU *apagar o algarismo das unidades*

Numa aula de Matemática, a professora inicia uma brincadeira, escrevendo no quadro-negro um número. Para continuar a brincadeira, os alunos devem escrever outro número, seguindo as regras abaixo:

(1) Se o número escrito só tiver um algarismo, ele deve ser multiplicado por 2.
(2) Se o número escrito tiver mais de um algarismo, os alunos podem escolher entre apagar o algarismo das unidades ou multiplicar esse número por 2.

Depois que os alunos escrevem um novo número a brincadeira continua com este número, sempre com as mesmas regras**.**

Veja a seguir dois exemplos desta brincadeira, um começando com 203 e o outro com 4197:

$$203 \xrightarrow{\text{dobra}} 406 \xrightarrow{\text{apaga}} 40 \xrightarrow{\text{apaga}} 4\ldots$$

$$4197 \xrightarrow{\text{apaga}} 419 \xrightarrow{\text{dobra}} 838 \xrightarrow{\text{apaga}} 83\ldots$$

A) Comece a brincadeira com o número 45 e mostre uma maneira de prosseguir até chegar ao número 1.
B) Comece agora a brincadeira com o número 345 e mostre uma maneira de prosseguir até chegar ao número 1.
C) Explique como chegar ao número 1 começando a brincadeira com qualquer número natural diferente de zero.

A)

B)

C)

TOTAL

QUESTÃO 2

A caminhonete de Beremiz pode carregar até 2 000 quilos. Ele aceita um serviço para transportar uma carga de 150 sacas de açúcar de 60 quilos cada e 100 sacas de milho de 25 quilos cada.

A) Beremiz conseguirá fazer o serviço em cinco viagens? Por quê?
B) Descreva uma maneira de fazer o serviço em seis viagens.

A)

B)

TOTAL

QUESTÃO 3

Na caixinha de costura de Lilavati só há botões de três cores: pretos, brancos e marrons. Os botões são de três tamanhos: pequenos, médios e grandes, e além disso são de duas formas: quadrados e redondos. Na caixinha não há botões pequenos redondos nem botões grandes pretos, e dos outros tipos há exatamente um botão de cada.

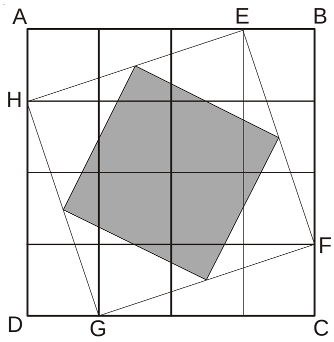
A) Quantos botões brancos quadrados há na caixinha?
B) Quantos botões há na caixinha?

A)

B)

TOTAL

QUESTÃO 4



O quadrado *ABCD* da figura está dividido em 16 quadradinhos iguais. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios do quadrado *EFGH*.

A) A área do quadrado *EFGH* corresponde a que fração da área do quadrado ABCD?
B) Se o quadrado *ABCD* tem 80 cm^2 de área, qual é o lado do quadrado sombreado?

A)

B)

QUESTÃO 5

Em uma festa o número de mulheres era quatro vezes o número de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser 26%.

A) Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos cinco casais?
B) Quantos homens e quantas mulheres a festa passou a ter depois da chegada dos cinco casais?

A)

B)

QUESTÃO 6

A Princesa Telassim cortou uma folha de papel retangular em 9 quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros.

A) Qual era a área da folha antes de ser cortada?
B) Quais eram as medidas da folha antes de ser cortada?
C) A Princesa Telassim precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer esta montagem.

A)

B)

C)

TOTAL