



APOSTILA PREPARATÓRIA PARA A

OBMEP

ORGANIZAÇÃO TIME VENN

NÍVEL **3** FASE **1**



original TIMEVENN

Prezados;

A melhor forma de fixar conhecimento e lapidar as dificuldades é por meio de exercícios. A presente apostila contém todos os problemas da OBMEP da 2º fase, de 2005 a 2022, classificados por conteúdo.

Convido à todos a maratonarem esses exercícios, tanto para se acostumarem com o estilo da prova, quanto para identificar a maior dificuldade de cada um e trabalhar nelas.

DICAS PARA CONQUISTAR UMA MEDALHA

1 Conferir seu desempenho na 1º fase.

Realize provas da 1º fase até se sentir seguro. Uma pontuação entre 15 e 16 pontos é um bom indicador

Quando se sentir preparado, não é necessário esperar a 1º fase para dedicar para a 2º. Do mesmo modo que enquanto perceber que precisa se esforçar mais, faça muitas provas da 1º fase e utilize bem o tempo disponível.

2 Otimize seu tempo.

Seja íntimo das apostilas da 1º e da 2º fase, faça na espera de uma consulta, depois de terminar um exercício na sala de aula... Quanto mais brechas, melhor.

3 Observe seus pontos fracos

Perceba que tipo de questão ou que assunto te leva mais recorrentemente ao erro e busque sanar suas dúvidas e dificuldades à respeito. Estou disponível para ajudar sempre

4 Cuide da sua explicação

A explicação do seu raciocínio é fundamental na 2º fase, portanto mantenha clareza em suas etapas e acima de tudo, organização. Imagine que alguém que não sabe como resolver a questão precise entendê-la a partir de sua descrição.

Também me disponibilizo para corrigir provas abertas e avaliar esse aspectos. Interessados me procurem no WhatsApp

5 Simule seu tempo

Observe o tempo que gasta para realizar provas anteriores e se adeque ao tempo estipulado para a prova

6 DESISTIR JAMAIS!

Mais importante do que uma medalha é o conhecimento e o crescimento pessoal adquiridos ao longo dos estudos. Torne o processo prazeroso, divertido e desafiador, Confio em vocês e boa sorte em suas jornadas olímpicas!

Gabriela Andrade Taniguchi

Coloco-me à disposição para qualquer dúvida ou ajuda necessária.

 (31) 98569-9827

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu **nome completo, data de nascimento, telefone com DDD, CPF, e-mail, ano e turno em que estuda, sexo e opção de cor/raça**. E lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou à caneta esferográfica azul ou preta (é preferível à caneta).



5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



https://www.instagram.com/obmep_oficial/

APOIO



REALIZAÇÃO



1. Henrique pensou em um número, multiplicou por 3, somou 3, dividiu por 3, subtraiu 3, calculou a raiz cúbica e obteve 3 como resultado final. Qual é a soma dos algarismos do número em que Henrique pensou?
 - (A) 11
 - (B) 12
 - (C) 13
 - (D) 14
 - (E) 15
2. Os números x e y são tais que 80% de x é igual a 20% de y . Qual das igualdades abaixo é verdadeira?
 - (A) $x = 4y$
 - (B) $2x = 3y$
 - (C) $x = 8y$
 - (D) $3x = 2y$
 - (E) $4x = y$
3. A professora Brenda aplicou uma prova para 25 estudantes e cometeu um erro ao escrever a nota da aluna Aline, registrando 3,6 ao invés de 8,6. Com esse erro, a média das notas foi 7,2. Qual passou a ser a média das notas depois de corrigido esse erro?
 - (A) 7,3
 - (B) 7,4
 - (C) 7,45
 - (D) 7,5
 - (E) 7,6
4. A travessia de um deserto dura seis dias, e uma pessoa consegue carregar comida e água para apenas quatro dias. Omar quer atravessar esse deserto com a ajuda de alguns amigos, que podem lhe dar parte de seus suprimentos e retornar ao ponto de partida. Qual é a quantidade mínima de amigos que devem iniciar a travessia com Omar, para que ele consiga atravessar o deserto e seus amigos retornem ao ponto de partida?
 - (A) 1
 - (B) 2
 - (C) 3
 - (D) 4
 - (E) 5



5. Uma fábrica recebeu uma encomenda de 100 kg de bombons para entregar em 10 dias. Após 5 dias, seus 3 funcionários produziram 20 kg de bombons. No mínimo, quantos funcionários extras a fábrica precisa contratar para atender a encomenda no prazo, supondo-se que todos os funcionários tenham a mesma produção diária?

- (A) 5
(B) 7
(C) 8
(D) 9
(E) 12

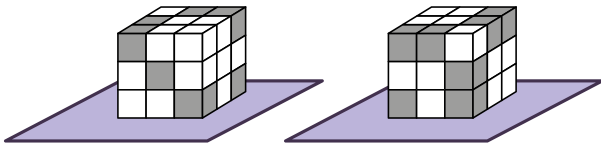
6. Admita que sejam válidas ambas as seguintes sentenças:

- Pinóquio sempre mente;
- Pinóquio diz: "Todos os meus chapéus são verdes".

Podemos concluir dessas duas sentenças que:

- (A) Pinóquio tem pelo menos um chapéu.
(B) Pinóquio tem apenas um chapéu verde.
(C) Pinóquio não tem chapéus.
(D) Pinóquio tem pelo menos um chapéu verde.
(E) Pinóquio não tem chapéus verdes.

7. Laura colou 27 cubinhos, alguns brancos e outros cinzentos, formando um cubo maior. A figura mostra duas vistas desse cubo, ambas com a mesma face em contato com a mesa. No máximo, quantos cubinhos brancos Laura usou para montar o cubo?



- (A) 15
(B) 16
(C) 17
(D) 18
(E) 19

8. Um professor de educação física precisou escolher, dentre seus alunos, uma equipe formada por dois meninos e uma menina ou por duas meninas e um menino. Ele observou que poderia fazer essa escolha de 25 maneiras diferentes. Quantos meninos e meninas são alunos desse professor?

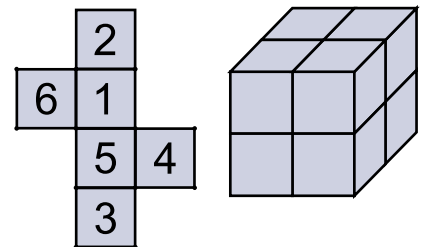
- (A) 5
(B) 7
(C) 9
(D) 10
(E) 25

9. Um fabricante diminuiu a quantidade de chocolate em uma caixa de 250 g para 200 g, mantendo o preço da caixa. Qual foi o aumento percentual do preço do grama do chocolate?

- (A) 5%
(B) 10%
(C) 15%
(D) 20%
(E) 25%

10. João montou oito dados idênticos a partir da planificação da figura, e com eles formou um cubo. Qual é a menor soma possível para os 24 números que aparecem nas faces do cubo?

- (A) 32
(B) 48
(C) 56
(D) 64
(E) 72



11. Em uma escola foram criados três clubes distintos com 15 alunos cada. Nenhum aluno participa de três clubes, mas os alunos podem participar de mais de um clube. Quantos alunos, no mínimo, participam desses clubes?

- (A) 23
(B) 24
(C) 25
(D) 26
(E) 27

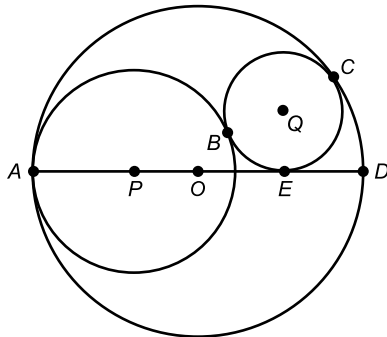
12. Ana, Cláudia, Joaquim, Pedro e Fabiana se esconderam durante uma brincadeira. Nessa brincadeira,
- havia exatamente duas crianças na casa da árvore;
 - Pedro, que nasceu em São Paulo, se escondeu junto com Fabiana;
 - uma menina se escondeu sozinha;
 - Ana não estava sozinha em seu esconderijo;
 - o menino pernambucano estava na casa da árvore.

Quem estava na casa da árvore?

- (A) Pedro e Fabiana.
 (B) Joaquim e Cláudia.
 (C) Ana e Joaquim.
 (D) Pedro e Ana.
 (E) Cláudia e Fabiana.

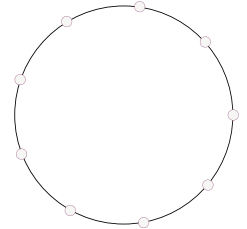
13. A figura mostra três circunferências de centros O , P e Q , cada uma tangente às outras nos pontos A , B e C , como indicado. O diâmetro AD da circunferência de centro O tangencia a circunferência de centro Q em E . Os raios das circunferências de centro O e de centro P medem, respectivamente, 1 e $2/3$. Qual é o raio da circunferência de centro Q ?

- (A) $1/5$
 (B) $6/25$
 (C) $7/25$
 (D) $8/25$
 (E) $9/25$



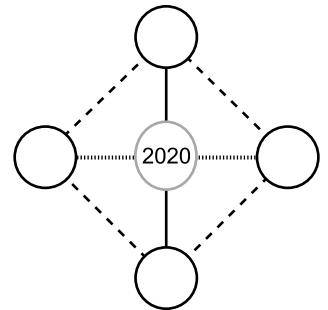
14. Os nove pontos da figura estão igualmente espaçados na circunferência. Maria quer pintar alguns desses pontos de tal forma que **não** exista triângulo equilátero cujos vértices estejam todos pintados. Qual é o maior número de pontos que ela pode pintar?

- (A) 4
 (B) 5
 (C) 6
 (D) 7
 (E) 8



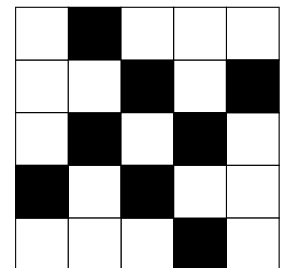
15. Priscila escreveu um número em cada um dos círculos vazios da figura, de modo que a soma dos quatro números escritos ficou igual à soma dos três números ligados pela linha vertical e igual à soma dos três números ligados pela linha horizontal. Qual é a soma dos quatro números que Priscila escreveu?

- (A) 2020
 (B) 3030
 (C) 4040
 (D) 5050
 (E) 6060



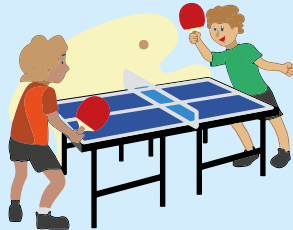
16. A figura abaixo mostra um tabuleiro 5×5 formado por 25 quadrados pretos ou brancos. Observe que esse tabuleiro não se altera quando girado de 90° . Quantos tabuleiros 5×5 formados por quadrados pretos ou brancos não se alteram quando girados de 90° ?

- (A) 25
 (B) 30
 (C) 64
 (D) 128
 (E) 192



17. Cinco jogadores disputam um torneio de tênis de mesa de modo que cada jogador enfrenta todos os outros exatamente uma vez. Nessas partidas não há empates. Em cada partida, os dois jogadores têm a mesma probabilidade de ganhar, e o resultado de uma partida não influencia o resultado das demais. Qual é a probabilidade de que algum jogador vença todas as suas partidas?

- (A) $1/4$
 (B) $5/8$
 (C) $5/16$
 (D) $5/32$
 (E) $5/64$

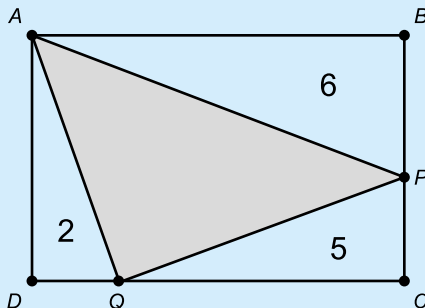


18. Sejam a e b inteiros positivos tais que $a + 2$ é múltiplo de b e $b + 2$ é múltiplo de a . Qual é o maior valor possível para $a + b$?

- (A) 2
 (B) 4
 (C) 6
 (D) 10
 (E) 14

19. O retângulo $ABCD$ é formado pelos triângulos ABP , CQP , AQD e APQ . As áreas dos triângulos ABP , CQP e AQD são, respectivamente, 6, 5 e 2 cm^2 . Qual é, em cm^2 , a área do triângulo APQ ?

- (A) 7
 (B) 8
 (C) 9
 (D) 10
 (E) 11



20. Dois reservatórios, ligados por um fino tubo em sua parte inferior, contêm o mesmo volume de água, com diferentes alturas, conforme mostrado na Figura 1. Abrindo-se a torneira do tubo, a água escoá, de modo que as alturas das colunas de água se tornem iguais. O nível de água do reservatório esquerdo baixa $x \text{ cm}$ e o nível de água do reservatório direito sobe $y \text{ cm}$, conforme indicado na Figura 2. Qual é a altura h , em cm , da água em equilíbrio?

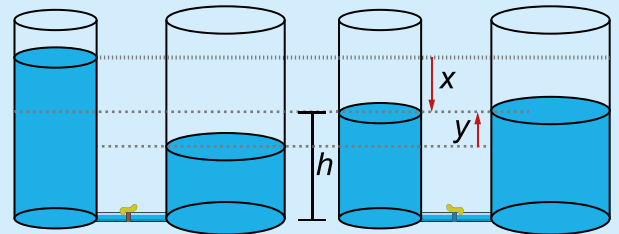


Figura 1

Figura 2

- (A) $\frac{2xy}{x+y}$
 (B) $\frac{x+y}{2}$
 (C) \sqrt{xy}
 (D) $\frac{x+y}{xy}$
 (E) $\frac{2xy}{x-y}$

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

(A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



Sob o patrocínio
da UNESCO



2019 ANO INTERNACIONAL DAS
Línguas Indígenas

APOIO



REALIZAÇÃO

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

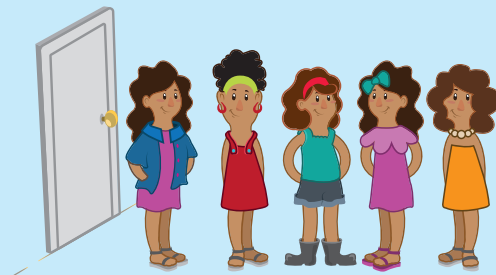


1. Os estudantes de uma escola foram divididos em equipes de 8 meninas e 5 meninos cada uma. Se nessa escola há 60 meninas a mais do que meninos, qual é o número total de estudantes?

- A) 130
B) 260
C) 390
D) 520
E) 650

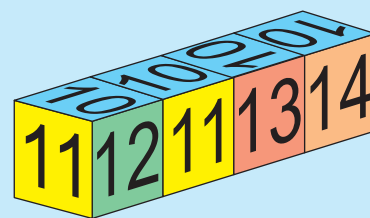
2. Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

- A) Ana
B) Beatriz
C) Cláudia
D) Daniela
E) Érica



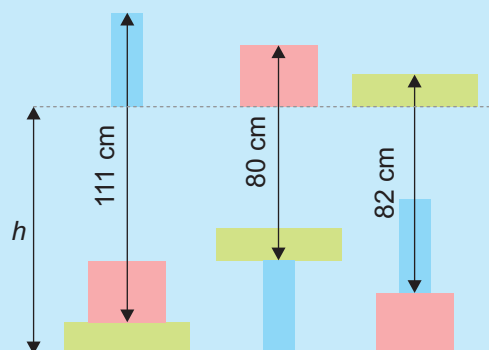
3. Os quatro dados da figura são idênticos, e há três pares de faces em contato. Qual é o valor da soma dessas faces?

- A) 73
B) 74
C) 75
D) 76
E) 77



4. Na figura, os lados dos retângulos são horizontais ou verticais, e os retângulos de mesma cor são idênticos. Qual é o valor de h ?

- A) 88 cm
B) 89 cm
C) 90 cm
D) 91 cm
E) 92 cm



5. Uma função f é tal que $f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$ para todo número real x diferente de 0 e 1. Qual é o valor de $f(3)$?

- A) 1/4
B) 1/5
C) 1/6
D) 1/7
E) 1/8

6. Em uma lanchonete, um pão de queijo, dois cachorros-quentes e um suco de laranja custam juntos R\$ 31,00; já três pães de queijo, três cachorros-quentes e dois sucos de laranja custam juntos R\$ 59,00. Qual é a diferença entre os preços de um cachorro-quente e de um pão de queijo?

- A) R\$ 1,00
B) R\$ 1,50
C) R\$ 2,00
D) R\$ 2,50
E) R\$ 3,00



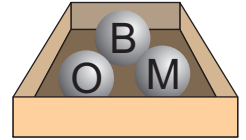
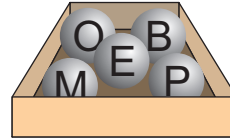
7. Na conta ao lado, as letras A, B e C representam algarismos não nulos e diferentes entre si. Qual é o valor de C?

- A) 1
B) 3
C) 5
D) 7
E) 9

$$\begin{array}{r} A \ B \\ \times \ C \\ \hline A \ A \ A \end{array}$$

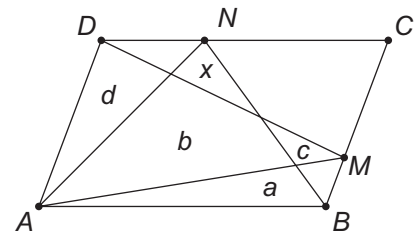
8. Em uma caixa há cinco bolas idênticas, com as letras O, B, M, E e P. Em uma segunda caixa há três bolas idênticas, com as letras O, B e M. Uma bola é sorteada da primeira caixa e, a seguir, outra bola é sorteada da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que essas bolas tenham a mesma letra?

- A) 1/6
B) 1/5
C) 1/4
D) 1/3
E) 1/2



9. No paralelogramo $ABCD$ da figura, os pontos M e N são pontos dos lados BC e CD , respectivamente. As áreas a , b , c e d são conhecidas. Qual é o valor da área x ?

- A) $c+d-a$
B) $a+c+d-b$
C) $a+c+d-2b$
D) $a+d-b$
E) $a+c-d$

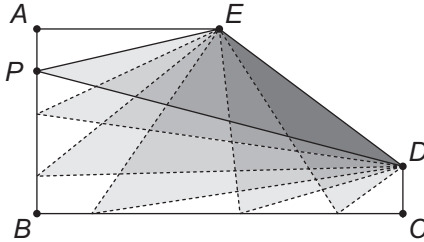


10. Qual é a soma dos algarismos do número $\sqrt{1111111111-22222}$?

- A) 10
B) 15
C) 18
D) 20
E) 25

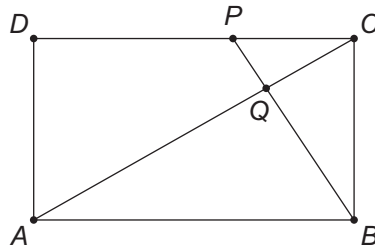
11. A figura mostra um pentágono $ABCDE$ tal que $AB = 4$, $BC = 8$, $CD = 1$, $AE = 4$, e os ângulos ABC , BCD e EAB são retos. O ponto P se move sobre os lados AB e BC . Quantas posições o ponto P pode ocupar sobre os lados AB e BC de modo que o triângulo PDE seja isósceles?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

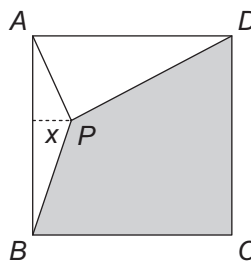


12. Sabendo que as áreas dos triângulos BCQ e QCP da figura são, respectivamente, 6 e 2, qual é a área do retângulo $ABCD$?

- A) 48
- B) 50
- C) 52
- D) 54
- E) 56



13. O quadrado $ABCD$ tem 8 cm de lado. O ponto P , no interior do quadrado, é tal que a área do triângulo APD é o dobro da área do triângulo ABP . Seja x a distância, em centímetros, do ponto P ao lado AB . Qual é o gráfico da área da região destacada em cinza em função de x ?



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

14. Quatro cartões, cada um deles com um número inteiro positivo, são tais que toda vez que somamos os números de três deles obtemos um número igual ou maior do que 24. Considere as seguintes afirmações:

- I) Todos os números são iguais ou maiores do que 8.
- II) Existem dois números cuja soma é igual ou maior do que 16.
- III) Existem dois números cujo produto é igual ou maior do que 64.

Quais afirmações são necessariamente verdadeiras?

- A) somente I e II
- B) somente I e III
- C) somente II e III
- D) somente II
- E) I, II e III

15. As 6 cadeiras de uma fila são numeradas de 1 a 6 e devem ser ocupadas uma de cada vez de modo que, sempre que possível, é escolhida uma cadeira sem vizinhas ocupadas.

Por exemplo, é válida a ordem de ocupação 1 6 3 2 4 5, em que a primeira pessoa ocupa a cadeira 1, a segunda, a cadeira 6, a terceira, a cadeira 3, a quarta, a cadeira 2, a quinta, a cadeira 4 e a última, a cadeira 5. Já a ordem 1 5 2 3 6 4 não é válida, pois a terceira pessoa sentou-se ao lado da primeira quando poderia ter se sentado em uma cadeira sem vizinhas ocupadas. Quantas ordens de ocupação válidas existem?

- A) 72
- B) 108
- C) 144
- D) 192
- E) 216



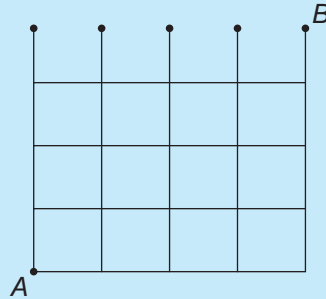
16. A rã Zinza quer ir da pedra 1 até a pedra 10 em cinco pulos, pulando de uma pedra para a seguinte ou por cima de uma ou de duas pedras. De quantas maneiras diferentes Zinza pode fazer isso?



- A) 10
- B) 35
- C) 45
- D) 84
- E) 126

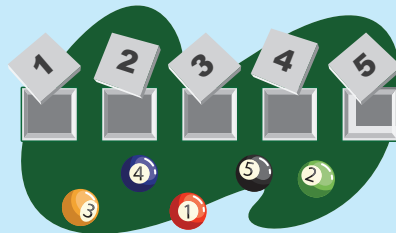
17. Uma formiga caminha pela grade abaixo, podendo se mover apenas para a direita ou para cima. Se tiver duas opções para se mover, ela escolhe uma ao acaso, com probabilidade $1/2$. Qual é a probabilidade de que a formiga comece no ponto A e termine no ponto B?

- A) $1/5$
- B) $1/32$
- C) $1/2$
- D) $1/10$
- E) $1/8$



18. Cinco bolas numeradas de 1 a 5 estão dentro de cinco caixas tampadas, também numeradas de 1 a 5. Em cada caixa há somente uma bola, e sabe-se que apenas uma caixa está numerada com o mesmo número de sua bola. Qual é o número mínimo de tampas que devemos abrir para descobrir, com certeza, que caixa é essa?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



19. Um reservatório, inicialmente vazio, é abastecido por duas torneiras de vazões diferentes. Se cada torneira for aberta por $1/3$ do tempo necessário para que a outra encha o reservatório, este ficará com $5/6$ de sua capacidade preenchida. Além disso, as duas torneiras juntas enchem o reservatório inicialmente vazio em 2 horas e 30 minutos. Em quanto tempo a torneira de maior vazão enche o reservatório?

- A) 3 horas
- B) 3 horas e 15 minutos
- C) 3 horas e 30 minutos
- D) 3 horas e 45 minutos
- E) 4 horas

Lembre-se:

$$\text{vazão} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$$

20. Em um aniversário, todo menino conhece 4 meninas, e cada menina **não** conhece 5 meninos. Qual é o número mínimo de meninas e meninos nesse aniversário?

- A) 4
- B) 8
- C) 18
- D) 20
- E) 100



Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
 (A) ● (B) ● (C) ● (D) ● (E) ●
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
 páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



MINISTÉRIO DA
**CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
 INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES**

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



1. Na tabela abaixo, a soma dos números da primeira linha é igual à soma dos números da segunda linha. Qual é o valor de x ?

1ª Linha	35	36	37	38	39	40	2018
2ª Linha	31	33	35	37	39	41	x

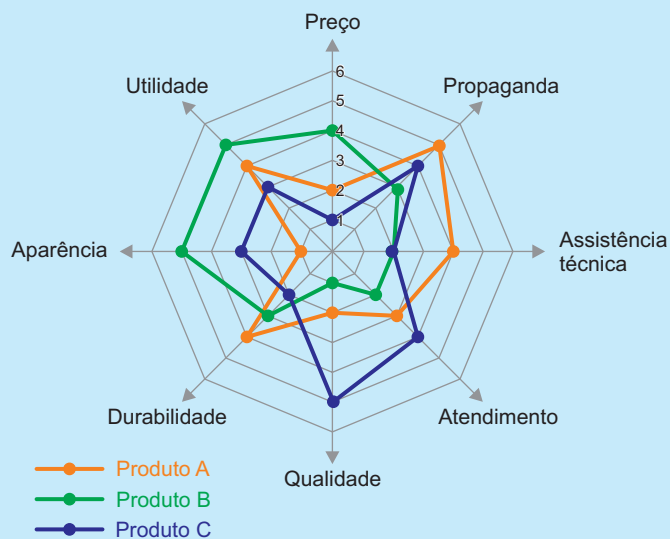
- 43
- 1009
- 2019
- 2020
- 2027

2. Na igualdade abaixo, a , b e c são números inteiros positivos. Qual é o valor de c ?

$$\frac{10}{7} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}$$

- 2
- 3
- 4
- 5
- 7

3. Os produtos A, B e C foram avaliados pelos consumidores em relação a oito itens. Em cada item os produtos receberam notas de 1 a 6, conforme a figura. De acordo com essas notas, qual é a alternativa correta?



- O produto B obteve a maior nota no item propaganda.
- O produto de maior utilidade é o menos durável.
- O produto C obteve a maior pontuação em quatro itens.
- O produto de melhor qualidade é o de melhor assistência técnica.
- O produto com a melhor avaliação em propaganda é o de pior aparência.

4. Alice colocou um litro (1000 cm^3) de água em uma jarra e mediu o nível da água. Depois ela colocou um objeto maciço de prata na jarra e mediu novamente o nível da água, conforme a figura. A massa de um centímetro cúbico de prata é 10,5 gramas. Qual é a massa desse objeto?

- A) 1050 g
- B) 1500 g
- C) 1800 g
- D) 2100 g
- E) 3000 g



5. De quantas maneiras podemos trocar uma nota de R\$ 20,00 por moedas de R\$ 0,10 e R\$ 0,25?

- A) 21
- B) 36
- C) 38
- D) 41
- E) 56

6. Na igualdade $(EU)^2 = MEU$, as letras E, M e U representam algarismos não nulos. Nessa expressão, EU é um número de dois algarismos, e MEU é um número de três algarismos. Qual é o valor de $M + E + U$?

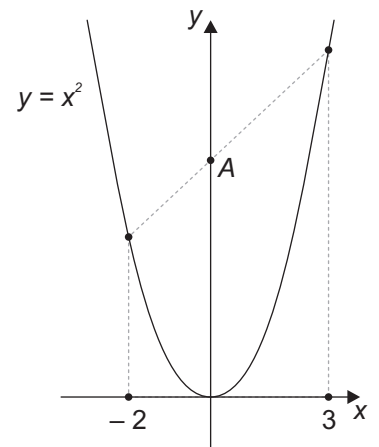
- A) 10
- B) 11
- C) 12
- D) 13
- E) 14

7. Sabendo-se que $\frac{x^2 + y^2}{(x + y)^2} = \frac{7}{12}$, qual é o valor de $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$?

- A) 2,0
- B) 2,2
- C) 2,4
- D) 2,6
- E) 2,8

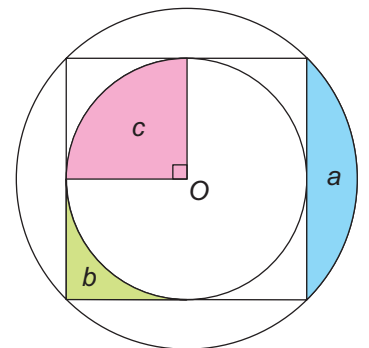
8. A figura mostra o gráfico da função definida por $y = x^2$. O ponto A tem coordenadas $(0, p)$. Qual é o valor de p ?

- A) 5
- B) 5,5
- C) 6
- D) 6,25
- E) 6,5



9. A figura mostra três regiões, a , b e c , determinadas por um quadrado de centro O , e suas circunferências inscrita e circunscrita. Qual das igualdades a seguir é verdadeira?

- A) $c = a + b$
- B) $c = a - b$
- C) $c = 2a + b$
- D) $c = a + 2b$
- E) $c = 2a - b$



10. Um estacionamento tem 10 vagas, uma ao lado da outra, inicialmente todas livres. Um carro preto e um carro rosa chegam a esse estacionamento. De quantas maneiras diferentes esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles?



- A) 56
- B) 70
- C) 71
- D) 72
- E) 80

11. Qual é o maior valor possível para o máximo divisor comum de dois números naturais cujo produto é 6000?

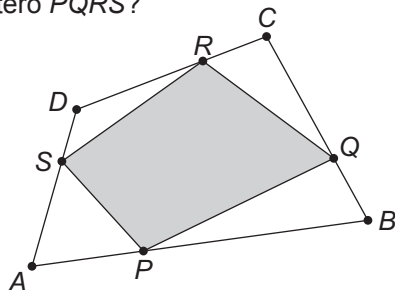
- A) 10
- B) 20
- C) 30
- D) 40
- E) 60

12. A figura mostra um quadrilátero convexo $ABCD$ de área 1 e pontos P, Q, R e S tais que

$$AP = \frac{AB}{3}, BQ = \frac{BC}{3}, CR = \frac{CD}{3} \text{ e } DS = \frac{DA}{3}.$$

Qual é a área do quadrilátero $PQRS$?

- A) $1/3$
- B) $5/9$
- C) $2/3$
- D) $7/9$
- E) $6/7$



13. Observe que na igualdade $360 = 90 + 120 + 150$ as parcelas são proporcionais a 3, 4 e 5. De quantas maneiras podemos escrever 360 como a soma de três parcelas inteiras, em ordem crescente, e proporcionais a três números inteiros positivos consecutivos?

- A) 12
- B) 15
- C) 20
- D) 60
- E) 120

14. Vovó Vera quis saber qual de suas cinco netinhas tinha feito um desenho na parede de sua sala. As netinhas fizeram as seguintes declarações:



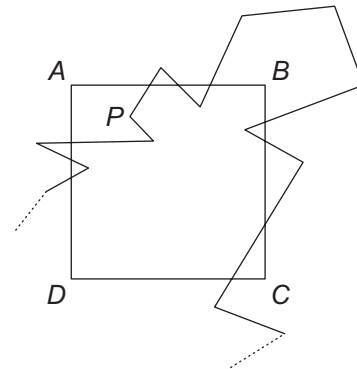
- Emília: *Não fui eu.*
- Luísa: *Quem desenhou foi a Marília ou a Rafaela.*
- Marília: *Não foi a Rafaela nem a Vitória.*
- Rafaela: *Não foi a Luísa.*
- Vitória: *Luísa não está dizendo a verdade.*

Se apenas uma das netinhas mentiu, quem fez o desenho?

- A) Emília
- B) Luísa
- C) Marília
- D) Rafaela
- E) Vitória

15. Um polígono simples com 2018 lados é desenhado a partir de um vértice P no interior de um quadrado. Nenhum vértice do polígono está sobre qualquer lado do quadrado, e nenhum vértice do quadrado está sobre qualquer lado do polígono. Dentre as alternativas abaixo, qual é a única que pode corresponder ao número de intersecções entre lados do quadrado e lados do polígono?

- A) 816
- B) 911
- C) 1015
- D) 2017
- E) 4036



Um polígono é simples quando não há intersecção de lados não adjacentes.

16. João tem o estranho hábito de mentir às segundas, terças e quartas. Nos outros dias da semana ele fala a verdade. Todos os dias João diz a Maria se vai mentir ou não no dia seguinte. Em quantos dias da semana João pode dizer: “Ontem eu disse a Maria que mentiria hoje”?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

17. Gabriel brinca com números de dois ou mais algarismos. Ele substitui os dois primeiros algarismos à esquerda do número pela soma desses algarismos, e repete esse procedimento até obter um número de um algarismo. Por exemplo, partindo do número 2018 ele obtém o número 2, pois $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Quantos são os números de três algarismos a partir dos quais Gabriel pode obter o número 1?

- A) 9
- B) 10
- C) 56
- D) 80
- E) 100

18. Helena tem três caixas com 10 bolas em cada uma. As bolas dentro de uma mesma caixa são idênticas, e as bolas em caixas diferentes possuem cores distintas. De quantos modos ela pode escolher 15 bolas dessas três caixas?

- A) 91
- B) 136
- C) 150
- D) 200
- E) 210



19. Tomás tem duas caixas, cada uma com cinco bolas numeradas de 1 a 5. As dez bolas são idênticas, exceto pelo seu número. Ele sorteia uma bola da primeira caixa e a coloca na segunda. Em seguida, ele sorteia duas bolas da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que a soma dos números das duas bolas sorteadas da segunda caixa seja igual a 6?

- A) $1/5$
- B) $4/15$
- C) $11/30$
- D) $7/45$
- E) $1/3$

20. Em um quadrilátero $ABCD$, os lados AB e CD não são paralelos, e suas medidas são iguais a 2 cm e 12 cm, respectivamente. Dentre as opções abaixo, qual é a única que pode representar a medida do segmento que une os pontos médios dos lados AD e BC ?

- A) 4,5 cm
- B) 5,0 cm
- C) 6,5 cm
- D) 7,0 cm
- E) 7,5 cm

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
 (A) ● (B) ● (C) ● (D) ● (E) ●
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



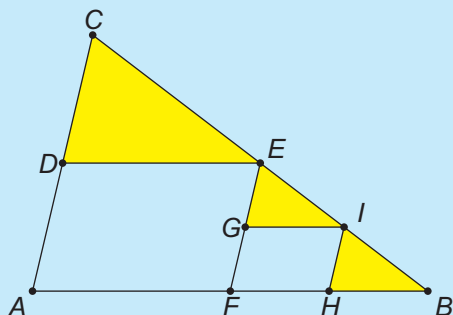
MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



1. Na figura abaixo, D , E e F são pontos médios dos lados do triângulo ABC , e G , H e I são pontos médios dos lados do triângulo FBE . A área do triângulo ABC é 48 cm^2 . Qual é a área da região destacada em amarelo?

- 16 cm^2
- 18 cm^2
- 20 cm^2
- 22 cm^2
- 24 cm^2



2. Se $a - b = 1$ e $ab = 1$, qual é o valor de $a^2 + b^2$?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

3. Um ponto está a 1 cm de uma figura quando a menor distância desse ponto aos pontos da figura é 1 cm. Celinha traçou com uma caneta vermelha todos os pontos que estão a 1 cm de distância do círculo da Figura 1. A seguir, ela fez o mesmo para a região quadrada da Figura 2. Qual é o desenho que ela vai obter se traçar todos os pontos que estão a 1 cm de distância da região poligonal da Figura 3?

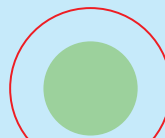


Figura 1

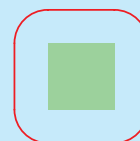


Figura 2



Figura 3

-
-
-
-
-

4. Zequinha tem três dados iguais, com letras **O**, **P**, **Q**, **R**, **S** e **T** em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra **T**?

- A) **S**
 B) **R**
 C) **Q**
 D) **P**
 E) **O**



5. Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

- A) 200 metros
 B) 220 metros
 C) 240 metros
 D) 300 metros
 E) 360 metros



6. Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

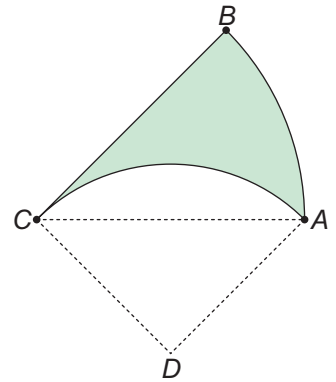
- A) 0
 B) 1
 C) 8
 D) 10
 E) 80

7. Se $f(x) = 5x^2 + ax + b$, com $a \neq b$, $f(a) = b$ e $f(b) = a$, qual é o valor de $a + b$?

- A) -5
 B) $-\frac{1}{5}$
 C) 0
 D) $\frac{1}{5}$
 E) 5

8. Na figura, o arco AC é um quarto de uma circunferência de centro D e o arco AB é um oitavo de uma circunferência de centro C . O segmento AD mede 2 cm. Qual é a área em cm^2 da região verde?

- A) 2
 B) π
 C) 4
 D) 2π
 E) 4π

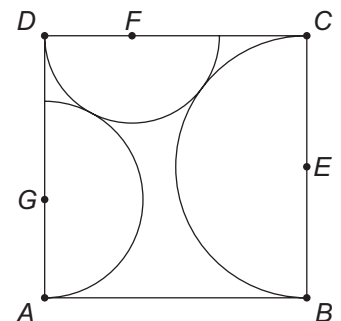


9. A maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 2023 \times 2024$ é 2^{2017} . Qual é a maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 4047 \times 4048$?

- A) 2^{2018}
 B) 2^{4034}
 C) 2^{4041}
 D) 2^{6051}
 E) 2^{8068}

10. No interior do quadrado $ABCD$ de lado 9 cm, foram traçadas as semicircunferências de centros E , F e G , tangentes como indicado na figura. Qual é a medida de AG ?

- A) $\frac{11}{5}$ cm
 B) $\frac{18}{5}$ cm
 C) $\frac{19}{5}$ cm
 D) $\frac{11}{4}$ cm
 E) $\frac{27}{8}$ cm



11. Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida?



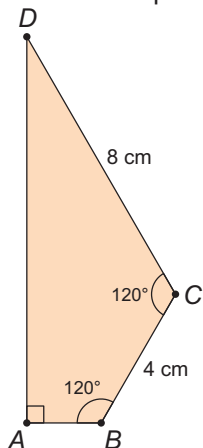
- A) 27 minutos e 30 segundos
- B) 30 minutos
- C) 37 minutos e 30 segundos
- D) 40 minutos
- E) 42 minutos e 30 segundos

12. Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?



- A) 1 e 4
- B) 1 e 6
- C) 2 e 5
- D) 3 e 4
- E) 2 e 6

13. Na figura, os ângulos $\hat{A}BC$ e $\hat{B}CD$ medem 120° , o ângulo $\hat{B}AD$ é reto, e os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $ABCD$ em cm^2 ?

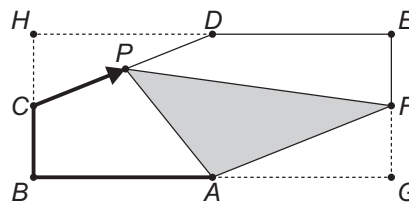


- A) $14\sqrt{3}$
- B) $28\sqrt{3}$
- C) $32\sqrt{3}$
- D) $36\sqrt{3}$
- E) $40\sqrt{3}$

14. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

- A) 11
- B) 14
- C) 21
- D) 22
- E) 23

15. Na figura abaixo, $BHEG$ é um retângulo com $BG > BH$, e A, C, D, F são pontos médios de seus respectivos lados. Um ponto P desloca-se ao longo da poligonal $ABCDEF$, partindo de A até o ponto F .



Qual é o gráfico que melhor representa a área $R(x)$ do triângulo APF em função da distância x percorrida pelo ponto P ao longo dessa poligonal?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

16. João tem 148 copos dispostos em fila, cada um contendo um grão de feijão. Em etapas, João reduz a quantidade de copos da fila da seguinte maneira:



- se em uma etapa a quantidade de copos for par, ele coloca os feijões do último copo no primeiro, do penúltimo no segundo, do antepenúltimo no terceiro e assim por diante, descartando os copos vazios;
- se em uma etapa a quantidade de copos for ímpar, ele coloca os feijões do último copo no segundo, do penúltimo no terceiro, do antepenúltimo no quarto e assim por diante, também descartando os copos vazios.

Quando a fila se reduzir a dois copos, quantos feijões estarão no primeiro copo?

- A) 4
- B) 10
- C) 16
- D) 20
- E) 36

17. Ana e Beto foram os únicos candidatos na eleição para a presidência do grêmio estudantil da escola em que ambos estudam. Nessa eleição, votaram ao todo 1450 alunos. Durante a apuração, houve um momento em que Ana teve a certeza de que, ao final, ela teria pelo menos a metade dos votos válidos. Naquele momento, os percentuais eram os seguintes:

- votos não válidos: 20% dos votos apurados;
- votos em Ana: 60% dos votos válidos;
- votos em Beto: 40% dos votos válidos.

Quantos votos tinham sido apurados até aquele momento?

- A) 1110
- B) 1150
- C) 1200
- D) 1250
- E) 1300

18. Para quantos conjuntos $\{a, b, c\}$ de três números naturais é verdade que $a \times b \times c = 2310$?

- A) 24
- B) 30
- C) 32
- D) 36
- E) 40

19. Uma caixa contém nove bolas idênticas numeradas de 1 a 9. Uma primeira bola é sorteada, seu número é anotado e a bola é devolvida à caixa. Repete-se esse procedimento mais duas vezes, anotando-se também os números da segunda e terceira bolas sorteadas. Qual é a probabilidade de que a soma dos números nas duas primeiras bolas sorteadas não seja um múltiplo de 3 e a soma dos números nas três bolas sorteadas seja um múltiplo de 3?

- A) $\frac{2}{9}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{6}{9}$
- E) $\frac{7}{9}$

20. Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2.

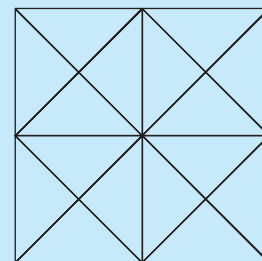


Figura 1

De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

- A) 16
- B) 32
- C) 48
- D) 56
- E) 64

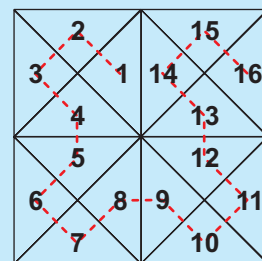


Figura 2

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
 (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
 páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



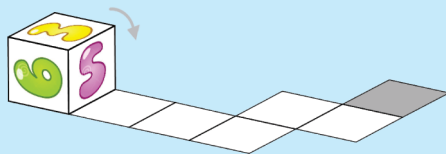
Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Ministério da
Educação

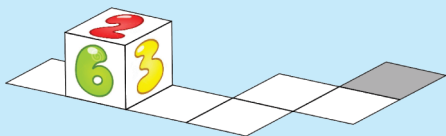


1. A soma dos números das faces opostas de um dado é sempre 7. O dado da figura é girado sucessivamente sobre o caminho indicado até parar na última posição, destacada em cinza. Nessa posição, qual é o número que está na face superior do dado?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5



Após o primeiro giro:

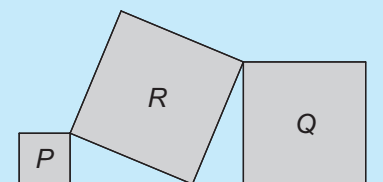


2. Em uma fila com 30 pessoas estão Ana, Beatriz e Carla. Há 19 pessoas à frente de Ana e 12 pessoas entre Ana e Beatriz. Entre Beatriz e Carla há uma pessoa a mais do que entre Ana e Carla. Em que ordem elas estão na fila?

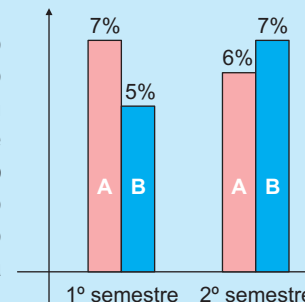
- Ana está à frente de Carla, que está à frente de Beatriz.
- Beatriz está à frente de Ana, que está à frente de Carla.
- Beatriz está à frente de Carla, que está à frente de Ana.
- Carla está à frente de Ana, que está à frente de Beatriz.
- Carla está à frente de Beatriz, que está à frente de Ana.

3. Na figura, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm^2 e 168 cm^2 , respectivamente. Qual é a área do quadrado Q ?

- 96 cm^2
- 100 cm^2
- 121 cm^2
- 144 cm^2
- 156 cm^2



4. O gráfico representa o percentual de aumento do preço de dois produtos, A e B, em uma mercearia no primeiro e no segundo semestres do ano passado. As afirmativas abaixo referem-se ao período completo do ano passado. Qual delas é a correta?



- O aumento percentual do preço de B foi maior do que o de A.
- O aumento percentual dos preços dos dois produtos foi o mesmo.
- O aumento percentual do preço de A foi de exatamente 13%.
- O preço de A diminuiu e o de B aumentou.
- O aumento percentual do preço de B foi maior do que 12%.

5. No refeitório da escola de Quixajuba, na hora do almoço, 130 alunos comeram carne e 150 comeram macarrão, sendo que $\frac{1}{6}$ dos alunos comeram carne e também macarrão. Além disso, 70 alunos não comeram carne nem macarrão. Quantos alunos comeram carne mas não comeram macarrão?

- A) 80
B) 90
C) 100
D) 120
E) 130

6. A figura mostra os cartões com as respostas de Ana, Beatriz e Cecília para uma prova de múltipla escolha, com cinco questões e alternativas A, B, C, D e E. Ana acertou quatro questões, Beatriz acertou uma e Cecília acertou três. Qual foi a questão que Ana errou?

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

Ana	1	2	3	4	5
A →	●	●	○	○	○
B →	○	○	○	○	●
C →	○	○	○	○	○
D →	○	○	○	●	○
E →	○	○	●	○	○

Beatriz	1	2	3	4	5
A →	●	○	○	●	○
B →	○	●	○	○	○
C →	○	○	●	○	○
D →	○	○	○	○	○
E →	○	○	○	○	●

Cecília	1	2	3	4	5
A →	●	○	●	●	○
B →	○	●	○	○	●
C →	○	○	○	○	○
D →	○	○	○	○	○
E →	○	○	○	○	○

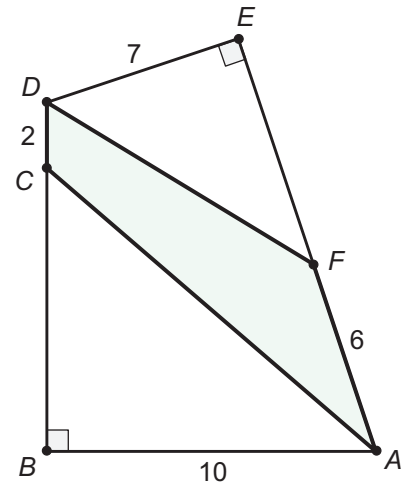
7. Numa corrida de 2000 metros, André, Bento e Carlos correram com velocidades constantes. André chegou em primeiro lugar, 200 metros à frente de Bento e 290 metros à frente de Carlos. Quando Bento cruzou a linha de chegada, quantos metros ele estava à frente de Carlos?

- A) 80
B) 85
C) 90
D) 95
E) 100

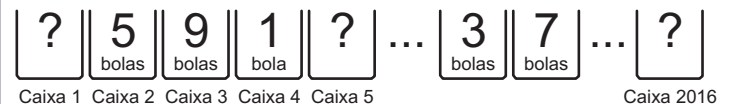


8. Na figura, os pontos C e F pertencem aos lados BD e AE do quadrilátero $ABDE$, respectivamente. Os ângulos \hat{B} e \hat{E} são retos e os segmentos AB , CD , DE e FA têm suas medidas indicadas na figura. Qual é a área do quadrilátero $ACDF$?

- A) 16
B) 21
C) 31
D) 33
E) 40



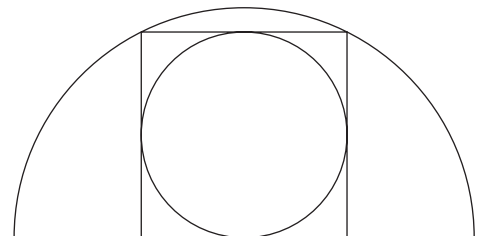
9. Joãozinho distribuiu bolas em caixas numeradas de 1 a 2016. Ele fez isso de forma que o número total de bolas, em quaisquer cinco caixas consecutivas, fosse sempre o mesmo. Na figura abaixo estão indicadas as quantidades de bolas em algumas caixas; a figura também mostra que Joãozinho colocou 3 e 7 bolas em duas caixas vizinhas. Quantas bolas ele colocou na última caixa?



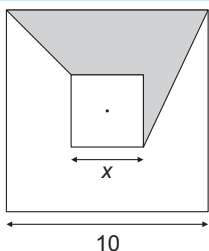
- A) 1
B) 3
C) 5
D) 7
E) 9

10. O quadrado da figura está inscrito no semicírculo e o círculo está inscrito no quadrado. O círculo tem área igual a 10 cm^2 . Qual é a área do semicírculo?

- A) 25 cm^2
B) 30 cm^2
C) 35 cm^2
D) 40 cm^2
E) 45 cm^2

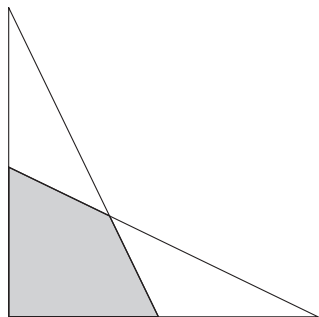


11. Os quadrados da figura têm lados paralelos e o mesmo centro. O quadrado maior tem lado 10 e o menor tem lado x . Qual é o gráfico que expressa a área da região cinza em função de x ?



- A) B) C) D) E)

12. Dois triângulos retângulos, ambos com catetos de medidas a e b , com $a > b$, são sobrepostos como na figura. Qual é a área do quadrilátero sombreado?

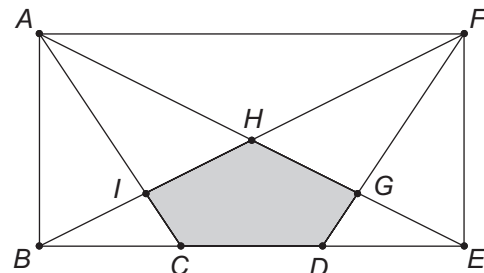


- A) $\frac{a(a^2 + b^2)}{a + b}$
 B) $\frac{b(a^2 + b^2)}{a + b}$
 C) $\frac{b^2(a - b)}{a + b}$
 D) $\frac{a^2 b^2}{(a + b)^2}$
 E) $\frac{a b^2}{a + b}$

13. Uma função f é tal que $f(1 - x) + 2f(x) = 3x$, para todo x real. Qual é o valor de $f(0)$?

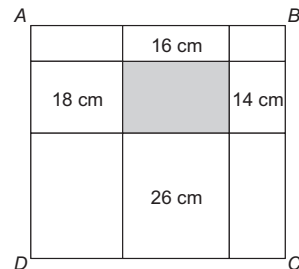
- A) -2
 B) -1
 C) 0
 D) 1
 E) 2

14. Na figura, $ABEF$ é um retângulo e $BC = CD = DE$. Qual é a razão entre as áreas do pentágono $CDGHI$ e do retângulo $ABEF$?



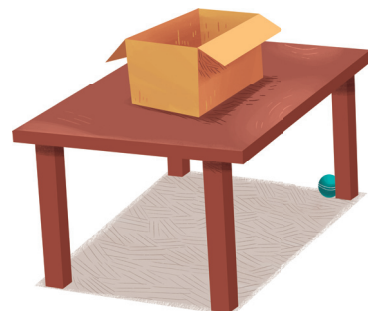
- A) $\frac{2}{15}$
 B) $\frac{1}{6}$
 C) $\frac{1}{8}$
 D) $\frac{3}{10}$
 E) $\frac{1}{12}$

15. O retângulo $ABCD$ foi dividido em nove retângulos menores, alguns deles com seus perímetros indicados na figura. O perímetro do retângulo $ABCD$ é 54 cm. Qual é o perímetro do retângulo cinza?



- A) 15 cm
 B) 19 cm
 C) 20 cm
 D) 22 cm
 E) 24 cm

16. A professora decidiu premiar, por sorteio, dois dentre os 20 alunos da turma de João. Para o sorteio, 20 bolas com os números dos alunos foram colocadas em uma caixa. A primeira bola sorteada pela professora caiu no chão e se perdeu, sem que ninguém visse seu número. Ela decidiu fazer o sorteio com as bolas restantes. Qual é a probabilidade de que João tenha sido um dos dois sorteados?



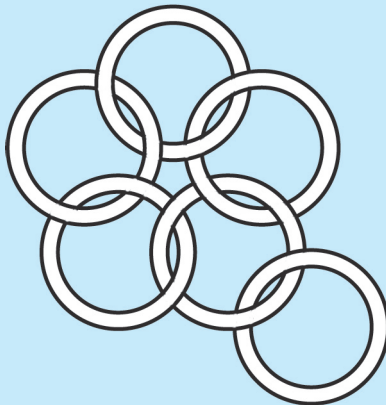
- A) $\frac{1}{10}$
 B) $\frac{2}{19}$
 C) $\frac{19}{200}$
 D) $\frac{39}{380}$
 E) $\frac{37}{342}$

17. Quantos são os números naturais n tais que $\frac{5n-12}{n-8}$ é também um número natural?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

18. O símbolo proposto para os Jogos Escolares de Quixajuba é formado por seis anéis entrelaçados como na figura. Cada um dos anéis deve ser pintado com uma das três cores da bandeira da cidade (azul, verde ou rosa), de modo que quaisquer dois anéis entrelaçados tenham cores diferentes. Quantas são as maneiras de pintar esse símbolo?

- A) 24
- B) 36
- C) 48
- D) 60
- E) 72



19. Bruno tem 5 figurinhas idênticas com a bandeira da Alemanha, 6 com a bandeira do Brasil e 4 com a da Colômbia. Ele quer fazer um pacote com pelo menos 3 dessas figurinhas. De quantas maneiras ele pode fazer esse pacote?

- A) 110
- B) 120
- C) 200
- D) 201
- E) 210



20. João tem cinco saquinhos de balas. Escolhendo-se, de todos os modos possíveis, quatro desses saquinhos e contando o total de suas balas, obtêm-se apenas quatro resultados: 23, 24, 26 ou 29. Qual é o maior número de balas em um saquinho?

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) 12

Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: A), B), C), D) e E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente, a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
 (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Não é permitido o uso de celulares, *tablets* ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Ministério da
Educação



1. Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

- A) 18h
B) 18h15min
C) 18h30min
D) 18h45min
E) 19h



2. Na reta abaixo, a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. Qual é o valor dessa distância?



- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

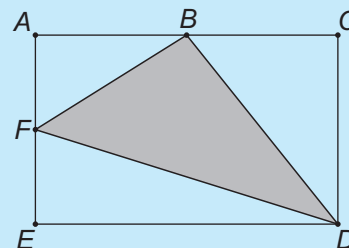
3. Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

- A) 43
B) 44
C) 45
D) 46
E) 47

linha 1 \Rightarrow 1
 linha 2 \Rightarrow 2 3 4
 linha 3 \Rightarrow 5 6 7 8 9
 linha 4 \Rightarrow 10 11 12 13 14 15 16
 linha 5 \Rightarrow 17 18 19 20 21 22 23 24 25
 ...

4. O retângulo da figura possui área igual a 640 cm^2 . Os pontos B e F são pontos médios dos lados AC e AE , respectivamente. Qual é a área do triângulo BDF ?

- A) 100 cm^2
B) 120 cm^2
C) 160 cm^2
D) 220 cm^2
E) 240 cm^2



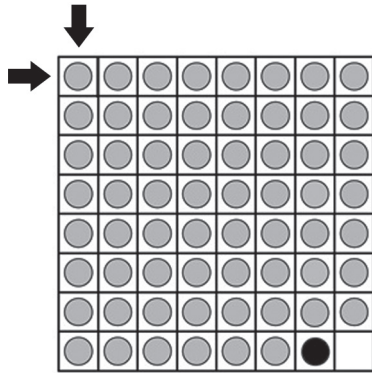
5. Em uma Olimpíada de Matemática, foram distribuídas várias medalhas de ouro, várias de prata e várias de bronze. Cada participante premiado pôde receber uma única medalha. Aldo, Beto, Carlos, Diogo e Elvis participaram dessa olimpíada e apenas dois deles foram premiados. De quantas formas diferentes pode ter acontecido essa premiação?

- A) 20
B) 30
C) 60
D) 90
E) 120



6. Joãozinho tem um tabuleiro como o da figura, no qual há uma casa vazia, uma casa com uma peça preta e as demais casas com peças cinzentas. Em cada movimento, somente as peças que estão acima, abaixo, à direita ou à esquerda da casa vazia podem se movimentar, com uma delas ocupando a casa vazia. Qual é o número mínimo de movimentos necessários para Joãozinho levar a peça preta até a casa do canto superior esquerdo, indicada pelas setas?

- A) 13
B) 21
C) 24
D) 36
E) 39



7. A soma de dois números é 3 e a soma de seus cubos é 25. Qual é a soma de seus quadrados?

- A) $\frac{77}{9}$
B) $\frac{99}{7}$
C) 7
D) 9
E) $\frac{7}{9}$

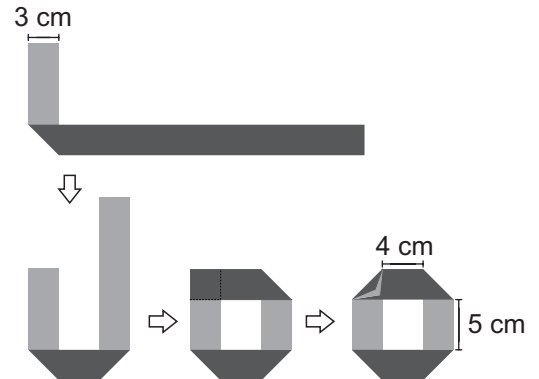
8. Marcelo gasta 24 minutos para ir andando de casa até o ponto de ônibus, ou 12 minutos, se for correndo. Ele sai de casa andando, às 15 horas, para pegar um ônibus às 15h30min. No caminho, percebe que esqueceu a carteira e volta para casa correndo. Ele perde 3 minutos para encontrar a carteira e retorna correndo para o ponto de ônibus, chegando exatamente às 15h30min. A que horas Marcelo percebeu que estava sem a carteira?

- A) 15h08min
B) 15h10min
C) 15h12min
D) 15h15min
E) 15h18min



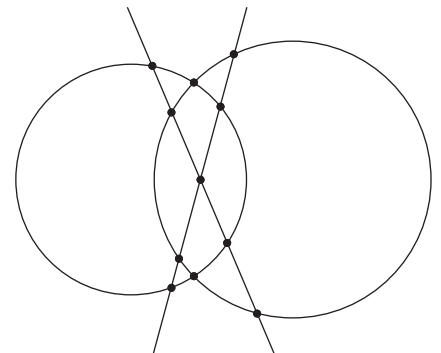
9. Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45° com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?

- A) 21 cm
B) 27 cm
C) 30 cm
D) 33 cm
E) 36 cm



10. Maria desenhou duas circunferências e duas retas, determinando 11 pontos de intersecção, como mostra a figura. Se ela desenhar mais três retas distintas entre si e também das demais, qual será, no total, o maior número possível de pontos de intersecção?

- A) 17
B) 24
C) 32
D) 40
E) 54



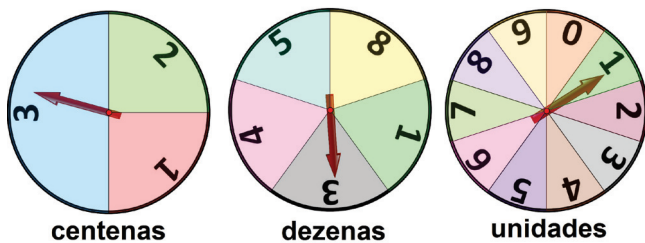
11. Uma sequência de números é definida por $a_1 = 3$ e

$$a_{n+1} = a_n + a_n^2$$

para todo número natural $n \geq 1$. Por exemplo: $a_2 = a_1 + a_1^2 = 3 + 3^2 = 12$. Qual é o algarismo das unidades de a_{2015} ?

- A) 2
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

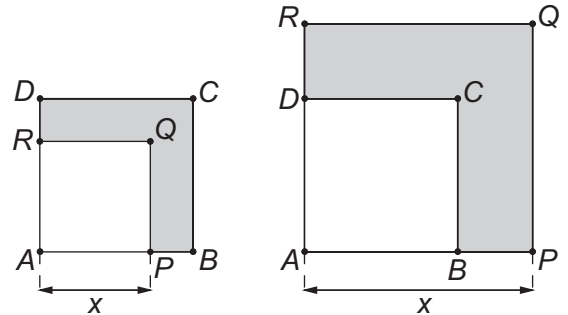
12. Na figura, o círculo das centenas está dividido em três setores, um semicircular e outros dois de mesma área. Cada um dos outros dois círculos está dividido em setores de mesma área. As setas nesses círculos, quando giradas, param ao acaso em algum setor, determinando um número de três algarismos. Por exemplo, na figura elas determinaram o número 331.



Qual é a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260?

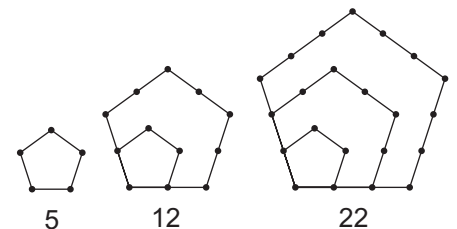
- A) 45%
- B) 55%
- C) 60%
- D) 65%
- E) 70%

13. Um quadrado $ABCD$ tem área 1. Um ponto P desloca-se ao longo da semirreta AB , partindo do ponto A para a direita, conforme mostra a figura. Se S é a área da região compreendida entre os quadrados $ABCD$ e $APQR$, destacada em cinza, qual é o gráfico que melhor representa a variação de S em função de x ?



- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

14. Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?



- A) 656
- B) 695
- C) 715
- D) 756
- E) 769

15. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

- A) Adão
- B) Bruno
- C) Carlos
- D) Daniel
- E) Edson

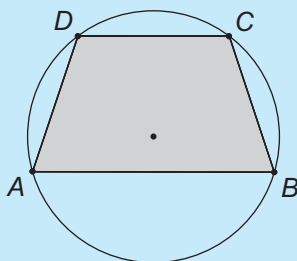


16. João colocou 100 moedas iguais em um pote e pediu a seus filhos, de idades distintas, que cada um deles colocasse no pote uma moeda para cada irmão mais velho e retirasse do pote duas moedas para cada irmão mais novo. Quando todos os filhos terminaram de fazer isso, restaram no pote 22 moedas. Quantos são os filhos de João?

- A) 5
- B) 7
- C) 10
- D) 13
- E) 15

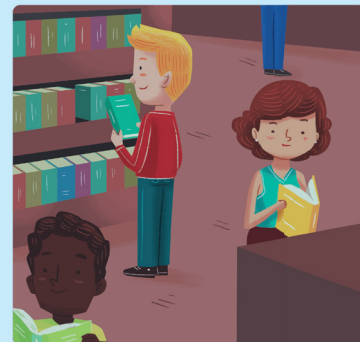
17. Na figura, $ABCD$ é um trapézio inscrito numa circunferência. A base maior do trapézio mede 16 cm, a base menor 10 cm e a altura 9 cm. Qual é a medida, em centímetros, do raio da circunferência?

- A) $\frac{7}{3}$
- B) $\frac{25}{3}$
- C) $\frac{35}{3}$
- D) $\frac{40}{3}$
- E) $\frac{50}{3}$



18. Três amigas foram a uma livraria com seus namorados. Coincidentemente, cada pessoa pagou, por livro, um preço em reais igual à quantidade de livros que comprou. Além disso, cada mulher gastou 32 reais a mais que seu respectivo namorado. Ao final das compras, as mulheres compraram, ao todo, oito livros a mais que os homens. Quantos livros foram comprados no total?

- A) 32
- B) 36
- C) 40
- D) 44
- E) 48

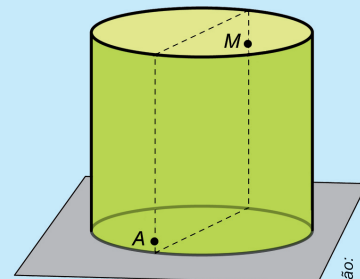


19. Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3, \dots, 2015\}$, forma-se um subconjunto B , com a maior quantidade possível de elementos, tal que todo elemento de B é múltiplo ou divisor de qualquer outro elemento de B . Quantos elementos há no conjunto B ?

- A) 9
- B) 10
- C) 11
- D) 12
- E) 13

20. Uma lata cilíndrica, fechada embaixo e aberta na parte de cima, tem altura de 17 cm e sua borda é uma circunferência de comprimento 30 cm. Na superfície interna da lata, a 4 cm da borda superior, há uma mosca parada (ponto M). Na superfície externa da lata, a 1 cm da base e no mesmo plano que passa pela mosca e que divide a lata em duas partes iguais, encontra-se uma aranha (ponto A), como na figura. A aranha anda pela superfície da lata até chegar à mosca, fazendo o caminho mais curto entre elas. Quantos centímetros a aranha anda pela superfície interna da lata?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
(A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



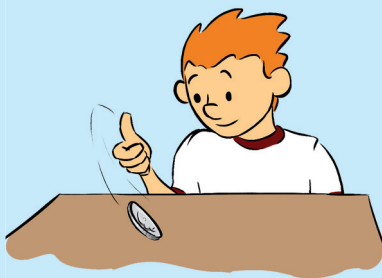
Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Ministério da
Educação

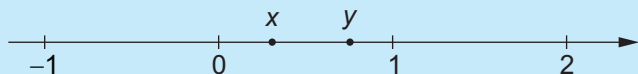


1. Após lançar 2014 vezes uma moeda, Antônio contou 997 caras. Continuando a lançar a moeda, quantas caras seguidas ele deverá obter para que o número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos?

- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 30
- E) 40



2. Dois números x e y estão localizados na reta numérica como abaixo.



Onde está localizado o produto xy ?

- A) À esquerda de 0.
- B) Entre 0 e x .
- C) Entre x e y .
- D) Entre y e 1.
- E) À direita de 1.

3. Cinco meninas não estão totalmente de acordo sobre a data da prova de Matemática.

- Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
- Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
- Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
- Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
- Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Somente uma está certa, e as outras acertaram pelo menos uma das informações: o mês, o dia do mês ou o dia da semana. Quem está certa?

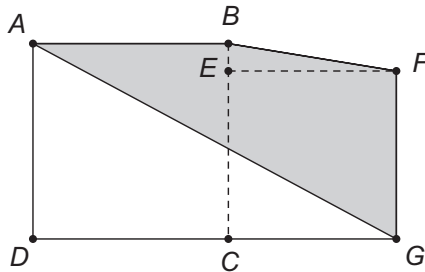
- A) Andrea
- B) Daniela
- C) Fernanda
- D) Patrícia
- E) Tatiane

4. Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?

- A) 35 km/h
 B) 40 km/h
 C) 45 km/h
 D) 50 km/h
 E) 60 km/h

5. Na figura ao lado, $ABCD$ e $EFGC$ são quadrados de áreas R e S , respectivamente. Qual é a área da região cinza?

- A) $\frac{R+S}{2}$
 B) $\frac{R-S}{2}$
 C) $\frac{RS}{2}$
 D) \sqrt{RS}
 E) $\sqrt{R^2 + S^2}$

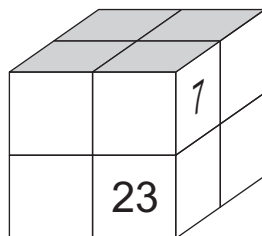


6. Todos os números de 1 a 24 devem ser escritos nas faces de um cubo, obedecendo-se às seguintes regras:

- em cada face devem ser escritos quatro números consecutivos;
- em cada par de faces opostas, a soma do maior número de uma com o menor número da outra deve ser igual a 25.

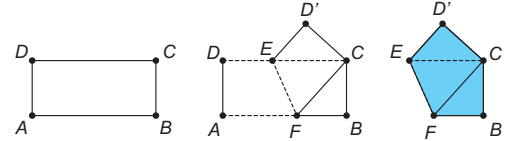
Se os números 7 e 23 estiverem escritos no cubo como na figura, qual é o menor número que pode ser escrito na face destacada em cinza?

- A) 1
 B) 5
 C) 9
 D) 11
 E) 17



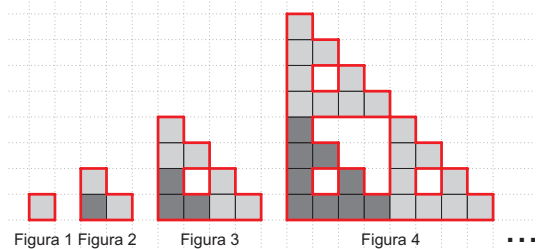
7. Um retângulo $ABCD$ de papel branco, com área de 20 cm^2 , é dobrado como mostra a figura, formando o pentágono $BCD'E'F$ com área de 14 cm^2 . Se pintarmos de azul os dois lados do papel dobrado e desfizemos a dobra, o retângulo ficará com uma região não pintada. Qual é a área dessa região?

- A) 10 cm^2
 B) 12 cm^2
 C) 14 cm^2
 D) 16 cm^2
 E) 18 cm^2

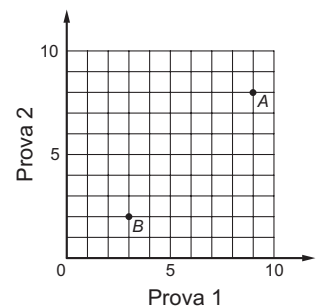


8. Começando com um quadrado de 1 cm de lado, formamos uma sequência de figuras, como na ilustração. Cada figura, a partir da segunda, é formada unindo-se três cópias da anterior. Os contornos destacados em vermelho das quatro primeiras figuras medem, respectivamente, 4 cm, 8 cm, 20 cm e 56 cm. Quanto mede o contorno da Figura 6?

- A) 88 cm
 B) 164 cm
 C) 172 cm
 D) 488 cm
 E) 492 cm



9. O professor Michel aplicou duas provas a seus alunos e divulgou as notas por meio do gráfico mostrado abaixo. Por exemplo, o aluno A obteve notas 9 e 8 nas provas 1 e 2, respectivamente; já o aluno B obteve notas 3 e 2. Para um aluno ser aprovado, a média aritmética de suas notas deve ser igual a 6 ou maior do que 6. Qual dos gráficos representa a região correspondente às notas de aprovação?



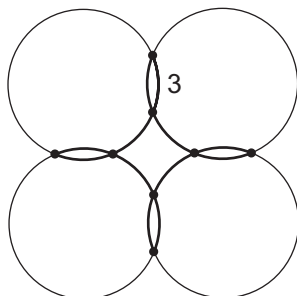
- A) B) C)
 D) E)

10. Gustavo possui certa quantidade de moedas de 1, 10, 25 e 50 centavos, tendo pelo menos uma de cada valor. É impossível combiná-las de modo a obter exatamente 1 real. Qual é o maior valor total possível para suas moedas?

- A) 86 centavos
- B) 1 real e 14 centavos
- C) 1 real e 19 centavos
- D) 1 real e 24 centavos
- E) 1 real e 79 centavos

11. Quatro circunferências de mesmo raio estão dispostas como na figura, determinando doze pequenos arcos, todos de comprimento 3. Qual é o comprimento de cada uma dessas circunferências?

- A) 18
- B) 20
- C) 21
- D) 22
- E) 24



12. O símbolo $n!$ é usado para representar o produto dos números naturais de 1 a n , isto é, $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. Por exemplo, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Se $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, qual é o valor de n ?

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 18

13. Em uma orquestra de cordas, sopro e percussão, 23 pessoas tocam instrumentos de corda, 18 tocam instrumentos de sopro e 12 tocam instrumentos de percussão. Nenhum de seus componentes toca os três tipos de instrumentos, mas 10 tocam instrumentos de corda e sopro, 6 tocam instrumentos de corda e percussão e alguns tocam instrumentos de sopro e percussão. No mínimo, quantos componentes há nessa orquestra?

- A) 31
- B) 33
- C) 43
- D) 47
- E) 53

14. Na cidade de Isabel e Talia, o preço de uma corrida de táxi, registrado no taxímetro, é calculado multiplicando-se um certo valor pelo número de quilômetros percorridos, acrescentando-se R\$ 4,00 a esse total. O taxímetro sempre inicia a corrida marcando esses R\$ 4,00. Elas pegaram um mesmo táxi e combinaram dividir o valor total da corrida de forma proporcional à distância que cada uma percorreria. Quando o taxímetro marcava R\$ 28,00, Isabel desceu sem pagar nada. O táxi prosseguiu com Talia, que pagou no final o valor de R\$ 44,00 registrado no taxímetro, correspondente a todo o percurso. Quanto Talia deve receber de Isabel?

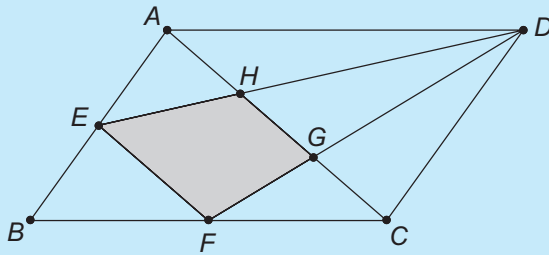
- A) R\$ 4,00
- B) R\$ 9,00
- C) R\$ 13,50
- D) R\$ 14,00
- E) R\$ 16,50

15. Quantos números inteiros e positivos de cinco algarismos têm a propriedade de que o produto de seus algarismos é 1000?

- A) 10
- B) 20
- C) 25
- D) 30
- E) 40

16. O paralelogramo $ABCD$ tem área 24 cm^2 e os pontos E e F são os pontos médios dos lados AB e BC , respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $EFGH$?

- A) 4 cm^2
 B) 5 cm^2
 C) 6 cm^2
 D) 7 cm^2
 E) 8 cm^2



17. Mônica tem três dados nos quais a soma dos números em faces opostas é sempre 7. Ela enfileira os dados de modo que as faces em contato tenham o mesmo número, obtendo um número de três algarismos nas faces superiores. Por exemplo, o número 436 pode ser obtido como mostrado na figura; já o número 635 não pode ser obtido. Quantos números diferentes ela pode obter?

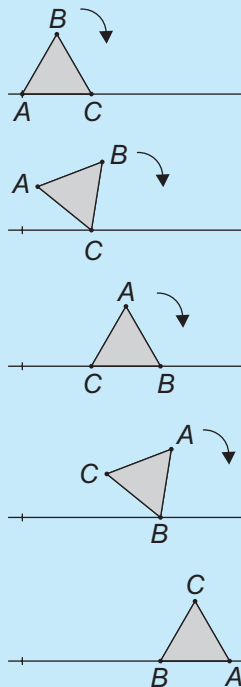
- A) 72
 B) 96
 C) 168
 D) 192
 E) 216



18. Um triângulo equilátero ABC gira uma vez em torno do vértice C e outra vez em torno do vértice B , sempre se apoiando em uma reta, como na figura ao lado.

Qual das alternativas representa a trajetória descrita pelo ponto A ?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

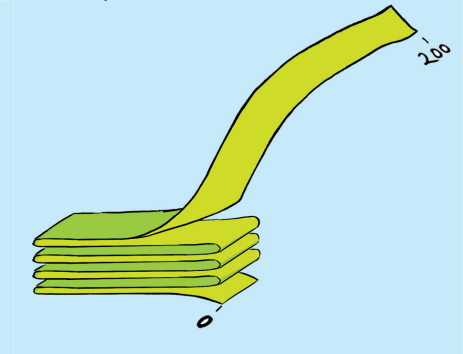


19. Dois dados têm suas faces pintadas de vermelho ou azul. Ao jogá-los, a probabilidade de observarmos duas faces superiores de mesma cor é $11/18$. Se um deles tem cinco faces vermelhas e uma azul, quantas faces vermelhas tem o outro?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5

20. Rodrigo brinca com uma fita de dois metros, com marcas de centímetro em centímetro. Começando pela ponta de marca 0 cm, ele dobra a fita várias vezes em zigue-zague, como na figura, sobrepondo pedaços de fita de mesmo tamanho até dobrar um último pedaço, que pode ser menor do que os demais. Ele observa que as marcas de 49 cm e de 71 cm ficaram sobrepostas em pedaços vizinhos. Ele observa também que a marca de 139 cm ficou alinhada com elas. Com qual marca do penúltimo pedaço a ponta final da fita ficou sobreposta?

- A) 160 cm
 B) 176 cm
 C) 184 cm
 D) 190 cm
 E) 196 cm





Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, CPF, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
(A) ● (B) ● (C) ● (D) ● (E) ●
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep



Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Ministério da
Educação



1. O pai de Carolina mediu o comprimento da mesa da sala com sua mão e contou 8 palmos. Ela também mediu a mesa do mesmo modo e contou 11 palmos. Qual é o tamanho do palmo de Carolina, se o palmo de seu pai mede 22 centímetros?

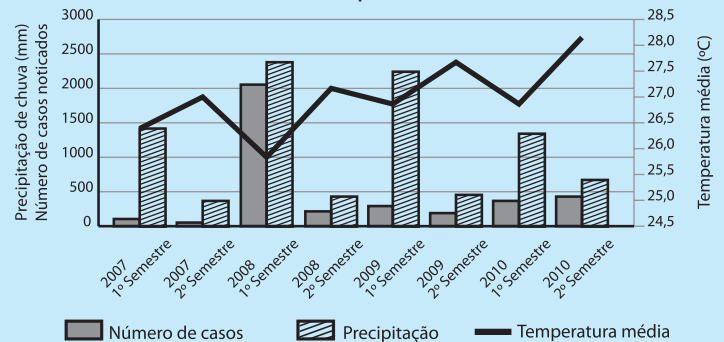
- 12 cm
- 13 cm
- 14 cm
- 16 cm
- 19 cm



2. Quantos sinais de adição foram utilizados na expressão $2+0+1+3+2+0+1+3+2+0+1+3+\dots+2+0+1=2013$?

- 503
- 1342
- 2012
- 2013
- 2016

3. O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:

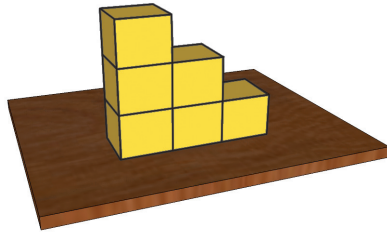


Fonte: adaptado de <http://sic2011.com/sic/arq/81903267457118190326745.pdf>

- O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.
- O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
- O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
- O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.
- Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

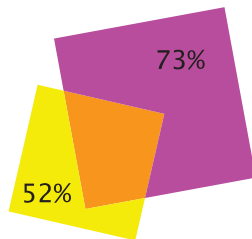
4. Elisa empilha seis dados em uma mesa, como na ilustração, e depois anota a soma dos números de todas as faces que ela consegue ver quando dá uma volta ao redor da mesa. As faces de cada dado são numeradas de 1 a 6 e a soma dos números de duas faces opostas é sempre 7. Qual é a maior soma que Elisa pode obter?

- A) 89
B) 95
C) 97
D) 100
E) 108



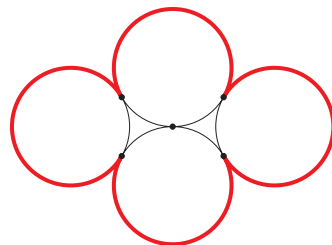
5. Dois quadrados de papel se sobrepõem como na figura. A área não sobreposta do quadrado menor corresponde a 52% da área desse quadrado e a área não sobreposta do quadrado maior corresponde a 73% da área desse quadrado. Qual é a razão entre os lados do quadrado menor e do quadrado maior?

- A) $\frac{3}{4}$
B) $\frac{5}{8}$
C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{7}$
E) $\frac{4}{5}$

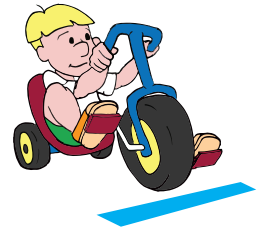


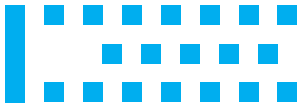
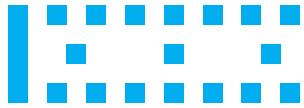
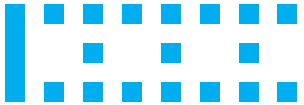
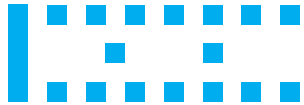

6. A figura mostra quatro circunferências, todas de comprimento 1 e tangentes nos pontos indicados. Qual é a soma dos comprimentos dos arcos destacados em vermelho?

- A) $\frac{3}{2}$
B) 2
C) $\frac{9}{4}$
D) $\frac{8}{3}$
E) 3



7. Gabriel passou com seu triciclo sobre uma faixa de tinta fresca pintada no chão. O diâmetro da roda dianteira do triciclo é 50 cm e o das rodas traseiras é 20 cm. Qual das alternativas a seguir melhor representa as marcas deixadas no chão após a passagem do triciclo?

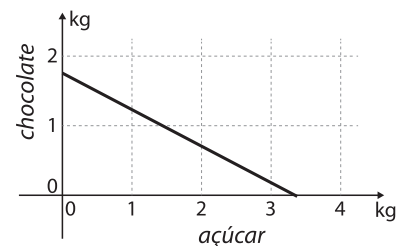


- A)  B) 
C)  D) 
E) 

8. Marcos fez cinco provas de Matemática. Suas notas, em ordem crescente, foram 75, 80, 84, 86 e 95. Ao digitar as notas de Marcos na ordem em que as provas foram realizadas, o professor notou que as médias das duas primeiras provas, das três primeiras, das quatro primeiras e das cinco provas eram números inteiros. Qual foi a nota que Marcos tirou na última prova?

- A) 75
B) 80
C) 84
D) 86
E) 95

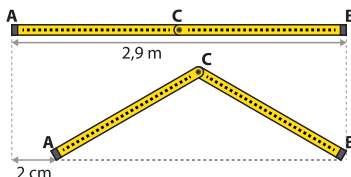
9. Iara gastou R\$10,00 para comprar açúcar e chocolate. A relação entre as quantidades desses ingredientes que podem ser compradas com essa quantia é dada pelo gráfico. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira, independentemente das quantidades compradas?



- A) Iara comprou mais açúcar do que chocolate.
B) Iara comprou quantidades diferentes de açúcar e chocolate.
C) Iara gastou mais em chocolate do que em açúcar.
D) O preço de um quilo de chocolate é maior que o preço de um quilo de açúcar.
E) Iara comprou duas vezes mais chocolate do que de açúcar.

10. Uma escada com 2,9 metros de comprimento e uma articulação central **C** possui a extremidade **B** fixa no chão e a extremidade **A** móvel, conforme a figura. A escada, inicialmente estendida no chão, foi dobrada de tal forma que a extremidade **A** deslizou 2 centímetros. A quantos centímetros do chão ficou a articulação **C**?

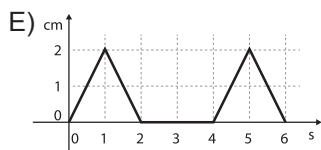
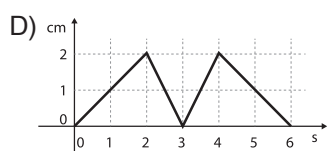
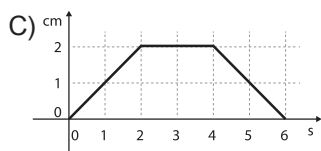
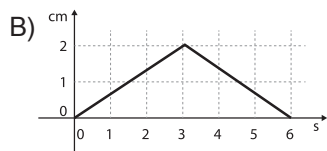
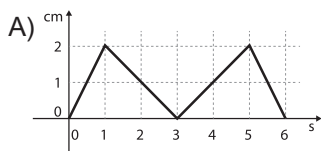
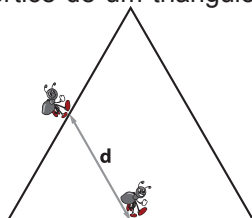
- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 11
- E) 17



11. Ana quer fazer duas aulas de natação por semana, uma de manhã e a outra à tarde. A escola de natação tem aulas de segunda a sábado às 9h, 10h e 11h e de segunda a sexta às 17h e 18h. De quantas maneiras distintas Ana pode escolher o seu horário semanal, de modo que ela não tenha suas aulas no mesmo dia nem em dias consecutivos?

- A) 96
- B) 102
- C) 126
- D) 144
- E) 180

12. Duas formiguinhas partiram ao mesmo tempo e em direções diferentes de um mesmo vértice de um triângulo equilátero de lado 2 cm. Elas andaram sobre os lados do triângulo à velocidade de 1 cm/s, até retornar ao vértice inicial. Qual dos gráficos abaixo descreve a distância *d* entre as duas formiguinhas em função do tempo?



13. Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?”

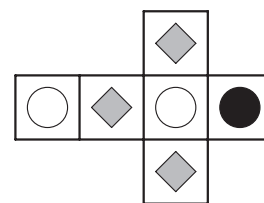


Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

- A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
- B) Bernardo mentiu.
- C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
- D) Carlos mentiu.
- E) Guto falou a verdade.

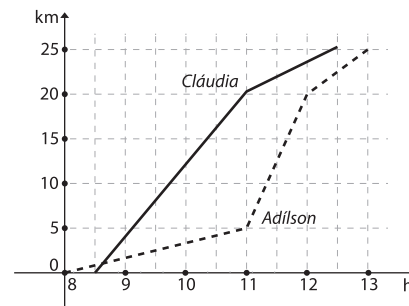
14. Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{11}{18}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{5}{6}$
- E) $\frac{31}{36}$



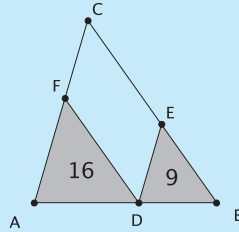
15. Em um mesmo dia, Cláudia partiu de Quixajuba para Pirajuba, enquanto Adilson partiu de Pirajuba para Quixajuba. O gráfico mostra a distância de cada um deles ao respectivo ponto de partida durante todo o trajeto, em função do tempo. A que horas eles se encontraram na estrada?

- A) 8h45min
- B) 10h15min
- C) 10h30min
- D) 11h00min
- E) 11h45min



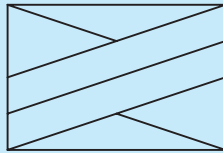
16. Na figura, as retas DE e DF são paralelas, respectivamente, aos lados AC e BC do triângulo ABC . Os triângulos ADF e DBE têm áreas 16 e 9, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $CFDE$?

- A) 18
B) 21
C) 24
D) 25
E) 27



17. Paulo tem tintas de quatro cores diferentes. De quantas maneiras ele pode pintar as regiões da bandeira da figura, cada uma com uma única cor, de modo que cada cor apareça pelo menos uma vez e que regiões adjacentes sejam pintadas com cores diferentes?

- A) 336
B) 420
C) 576
D) 864
E) 972

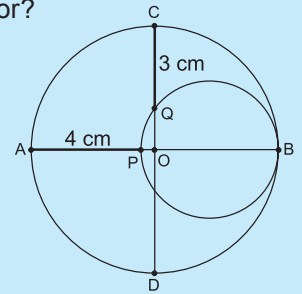


18. O número de alunos matriculados na Escola Municipal de Pirajuba permanece o mesmo desde 2011. Em 2012, foram construídas 5 novas salas de aula e, com isso, a média de alunos por sala foi reduzida em 6 alunos em relação à média de 2011. Em 2013, foram construídas mais 5 salas de aula e, com isso, a média de alunos por sala foi reduzida em 5 alunos em relação à média de 2012. Quantos alunos tem a Escola Municipal de Pirajuba?

- A) 3150
B) 3180
C) 3240
D) 3300
E) 3350

19. Duas circunferências são tangentes internamente, como na figura. Os segmentos AB e CD são perpendiculares e o ponto O é o centro da circunferência maior. Os segmentos AP e CQ medem, respectivamente, 4 e 3 centímetros. Qual é a medida do raio do círculo menor?

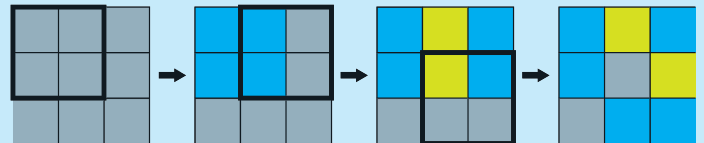
- A) 2,25 cm
B) 2,5 cm
C) 2,75 cm
D) 3 cm
E) 3,5 cm



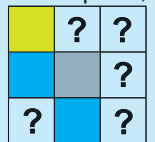
20. Adão gosta de construir seqüências de quadriculados 3×3 , de acordo com as seguintes regras:

- o primeiro quadriculado tem todos seus quadradinhos pintados de cinza;
- para passar ao quadriculado 3×3 seguinte, escolhe-se um quadriculado 2×2 e, neste quadriculado, os quadradinhos cinza passam a ser azuis, os azuis passam a ser amarelos e os amarelos passam a ser cinza.

Veja um exemplo de uma das seqüências do Adão, na qual os quadriculados 2×2 escolhidos aparecem em destaque.



Um dia, ao construir uma seqüência, Adão foi interrompido e o quadriculado que ele estava pintando ficou incompleto, conforme a figura. Os pontos de interrogação indicam os quadradinhos que Adão não teve tempo de pintar. Qual das alternativas abaixo representa o preenchimento correto desse quadriculado?



- A) B) C)
- D) E)



Nome completo do(a) aluno(a): _____

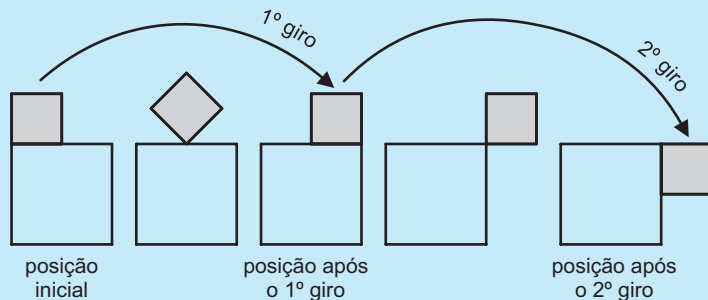
INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
(A) ● (B) ● (C) ● (D) ● (E) ●
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

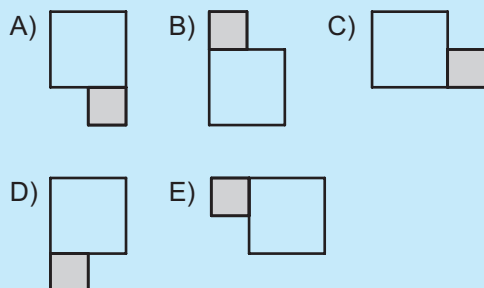
É com grande satisfação que preparamos essa nova edição da OBMEP e que podemos contar com a sua participação, de seus professores e de sua escola. Desejamos que você se divirta buscando as soluções das questões dessa prova e que ela sirva de estímulo para que você goste cada vez mais de Matemática.



1. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.

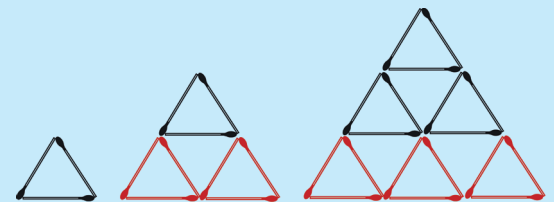


Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



2. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos tem um lado desse triângulo?

- A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 10

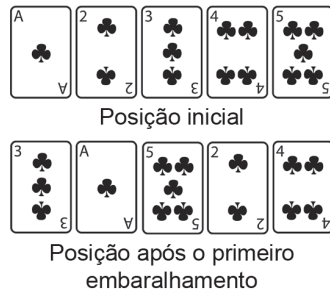


3. Júlio escreveu todos os números de 1 a 1000. Depois ele apagou o número 3 e, em ordem crescente, prosseguiu apagando os números que eram soma de dois números não apagados. Quantos números restaram quando Júlio terminou a tarefa?

1 2 ~~3~~ 4 ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ...

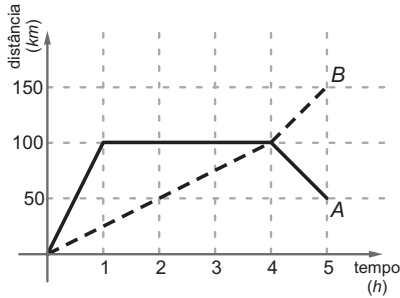
- A) 333
B) 335
C) 337
D) 340
E) 345

4. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?



- A) B) C)
- D) E)

5. Dois carros A e B partem de Quixajuba, ao mesmo tempo, pela estrada que vai para Pirajuba. No gráfico ao lado, a linha contínua e a linha pontilhada representam, respectivamente, a distância de A e B a

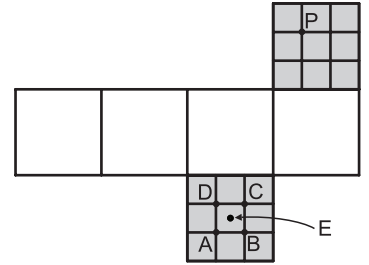


Quixajuba, ao longo da estrada, em função do tempo. Qual dos gráficos abaixo representa a distância entre os dois carros, ao longo da estrada, em função do tempo?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

6. Dois pontos na superfície de um cubo são opostos se o segmento de reta que os liga passa pelo centro do cubo. Na figura vemos uma planificação de um cubo, na qual as faces destacadas em cinzento foram divididas em nove quadradinhos iguais. Quando o cubo for montado, qual será o ponto oposto ao ponto P?

- A) A
B) B
C) C
D) D
E) E



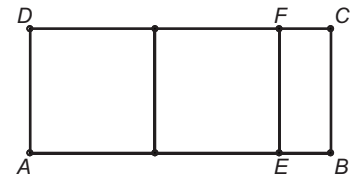
7. Quantas vezes 17^2 deve aparecer dentro do radicando na igualdade $\sqrt{17^2 + 17^2 + \dots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2$ para que ela seja verdadeira?

- A) 9
B) 51
C) 289
D) 861
E) 2601

8. A figura mostra um retângulo $ABCD$ decomposto em dois quadrados e um retângulo menor $BCFE$. Quando $BCFE$ é semelhante a $ABCD$, dizemos que $ABCD$ é um retângulo

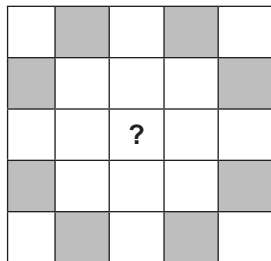
de prata e a razão $\frac{AB}{AD}$ é chamada razão de prata. Qual é o valor da razão de prata?

- A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) $1 + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$
E) $1 + \sqrt{3}$



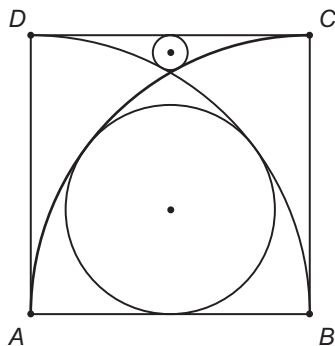
9. No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17



10. Na figura, $ABCD$ é um quadrado de lado 1 e os arcos \widehat{BD} e \widehat{AC} têm centros A e B , respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

- A) 4,5
- B) 5
- C) 5,5
- D) 6
- E) 6,5

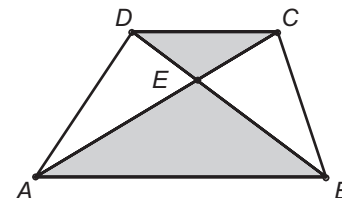


11. Dois trens viajam com velocidades constantes. Em comparação com o trem mais rápido, o trem mais lento demora 5 minutos a mais para percorrer 6 km e, num intervalo de 20 minutos, percorre 4 km a menos. Qual é a velocidade, em quilômetros por hora, do trem mais rápido?

- A) 21
- B) 27
- C) 30
- D) 33
- E) 36

12. A figura mostra um trapézio $ABCD$ de bases AB e CD ; o ponto E é o ponto de encontro de suas diagonais. Os triângulos ABE e CDE têm áreas a e b , respectivamente. Qual é a área do trapézio?

- A) $2(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- B) $\frac{3}{2}(a + b)$
- C) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- D) $2(a + b)$
- E) \sqrt{ab}

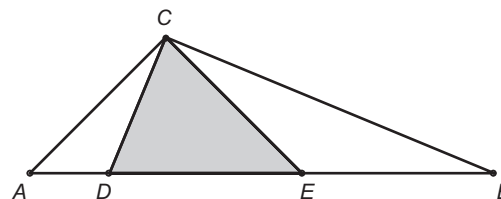


13. Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R\$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?

- A) 2
- B) 5
- C) 10
- D) 13
- E) 23

14. Na figura, os segmentos AC , CE e EB têm o mesmo comprimento, os ângulos \widehat{ACE} e \widehat{BCD} são retos e a área do triângulo CDE é 1. Qual é a área do triângulo ABC ?

- A) $\sqrt{2}$
- B) 2
- C) $\sqrt{2} + 1$
- D) $2\sqrt{2}$
- E) 3



15. Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
 B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
 C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
 D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
 E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

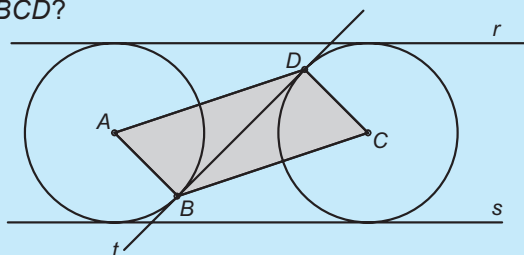


16. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
 B) Pedro é marido de Cláudia.
 C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
 D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
 E) Vitor é marido de Bianca.

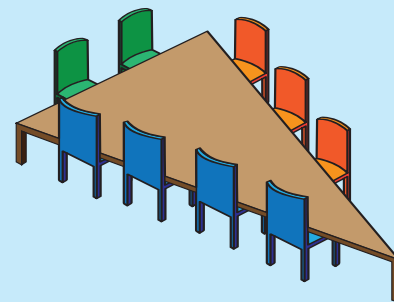
17. Na figura, as retas r e s são paralelas e a distância entre elas é 2 cm. A reta t forma um ângulo de 45° com a reta r . Os círculos com centro em A e C tangenciam a reta t nos pontos B e D , respectivamente, e tangenciam as retas r e s . Qual é a área, em centímetros quadrados, do quadrilátero $ABCD$?

- A) $\sqrt{2}$
 B) 2
 C) $1 + \sqrt{2}$
 D) $2\sqrt{2}$
 E) 3



18. Seis amigos, entre eles Alice e Bernardo, vão jantar em uma mesa triangular, cujos lados têm 2, 3 e 4 lugares, como na figura. De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa de modo que Alice e Bernardo fiquem juntos e em um mesmo lado da mesa?

- A) 288
 B) 6720
 C) 10080
 D) 15120
 E) 60480



19. André partiu de Pirajuba, foi até Quixajuba e voltou sem parar, com velocidade constante. Simultaneamente, e pela mesma estrada, Júlio partiu de Quixajuba, foi até Pirajuba e voltou, também sem parar e com velocidade constante. Eles se encontraram pela primeira vez a 70 km de Quixajuba e uma segunda vez a 40 km de Pirajuba, quando ambos voltavam para sua cidade de origem. Quantos quilômetros tem a estrada de Quixajuba a Pirajuba?

- A) 120
 B) 145
 C) 150
 D) 170
 E) 180

20. Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que os das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?

- A) $\frac{1}{4}$
 B) $\frac{1}{3}$
 C) $\frac{3}{8}$
 D) $\frac{5}{12}$
 E) $\frac{1}{2}$



Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

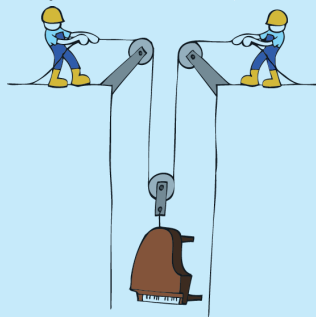
1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
(A) ● (B) ● (C) ● (D) ● (E) ●
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande satisfação que preparamos essa nova edição da OBMEP e que podemos contar com a sua participação, de seus professores e de sua escola. Desejamos que você se divirta buscando as soluções das questões dessa prova e que ela sirva de estímulo para que você goste cada vez mais de Matemática.



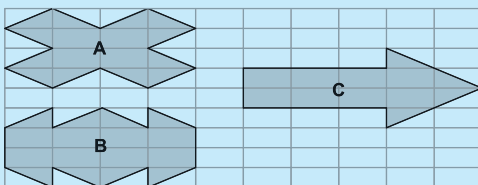
1. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

- A) 15
- B) 20
- C) 25
- D) 30
- E) 40



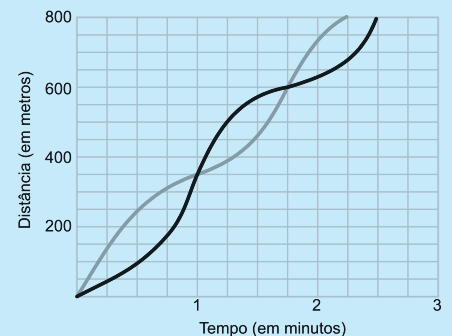
2. Na malha retangular ao lado, o perímetro da figura A é 156 cm e o da figura B é 144 cm. Qual é o perímetro da figura C?

- A) 125 cm
- B) 144 cm
- C) 160 cm
- D) 172 cm
- E) 175 cm



3. A tartaruga e o coelho disputaram uma corrida de 800 metros e o coelho ganhou. Os gráficos representam a relação entre a distância percorrida e o tempo para cada um deles. Pode-se afirmar que

- A) durante o primeiro minuto e meio, a tartaruga ficou sempre na frente do coelho.
- B) a tartaruga ficou atrás do coelho por pelo menos dois minutos.
- C) o coelho terminou a corrida em dois minutos e meio.
- D) a tartaruga ficou à frente do coelho por pelo menos 30 segundos.
- E) o coelho cruzou a linha de chegada 50 metros à frente da tartaruga.



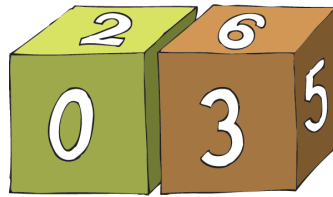
4. Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminese	2

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

5. Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

- A) 15
B) 16
C) 18
D) 19
E) 20



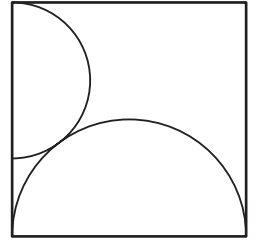
6. Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 40 cm. O pedaço de papel que sobrou tem 68% da área da folha original. Qual é a largura das tiras?

- A) 1 cm
B) 2 cm
C) 3 cm
D) 4 cm
E) 5 cm



7. Na figura, os dois semicírculos são tangentes e o lado do quadrado mede 36 cm. Qual é o raio do semicírculo menor?

- A) 8 cm
B) 9 cm
C) 10 cm
D) 11 cm
E) 12 cm



8. Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.



- Bruno diz: "O culpado é Eduardo ou Daniela."
- Eduardo diz: "O culpado é uma menina."
- Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente."

Quem comeu os biscoitos?

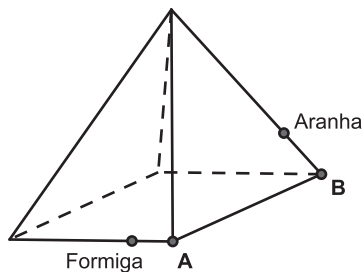
- A) Ana
B) Bruno
C) Cecília
D) Daniela
E) Eduardo

9. Com os algarismos 1, 4, 6 e 8 pode-se formar vários números de três algarismos distintos. Qual é a soma de todos esses números?

- A) 12654
B) 12740
C) 13124
D) 13210
E) 13320

10. A figura representa uma pirâmide de base quadrada cujas arestas medem 1 m. Uma formiga e uma aranha estão nas posições indicadas, a 25 cm dos vértices A e B, respectivamente. Qual é a menor distância que a aranha deve percorrer para chegar até a formiga, andando somente sobre as faces triangulares da pirâmide?

- A) 1 m
 B) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ m
 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m
 D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ m
 E) $\frac{4}{5}$ m



11. Um grupo de crianças quer comprar pizzas com 12 pedaços cada uma. Três pizzas não são suficientes para que cada menino coma 7 pedaços e cada menina coma 2 pedaços. Por outro lado, quatro pizzas são suficientes para que cada menino coma 8 pedaços, cada menina coma 4 pedaços e ainda sobrem pedaços. Quantas crianças há no grupo?

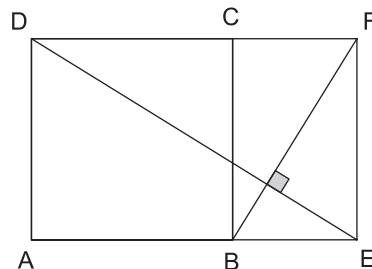
- A) 9
 B) 8
 C) 7
 D) 6
 E) 4

12. Três amigas possuem, cada uma, três blusas: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso uma de suas blusas, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?

- A) $\frac{1}{9}$
 B) $\frac{1}{8}$
 C) $\frac{2}{9}$
 D) $\frac{3}{8}$
 E) $\frac{3}{4}$

13. Na figura, AEFD é um retângulo, ABCD é um quadrado cujo lado mede 1 cm e os segmentos BF e DE são perpendiculares. Qual é a medida, em centímetros, do segmento AE?

- A) $\sqrt{2}$
 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 C) 2
 D) $\frac{8}{5}$
 E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$



14. Alberto, Bernardo e Carlos disputaram uma corrida, na qual cada um deles correu com velocidade constante durante todo o percurso. Quando Alberto cruzou a linha de chegada, Bernardo e Carlos estavam 36 e 46 metros atrás dele, respectivamente. Quando Bernardo cruzou a linha de chegada, Carlos estava 16 metros atrás dele. Qual é o comprimento da pista?

- A) 96 m
 B) 100 m
 C) 120 m
 D) 136 m
 E) 144 m

15. Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

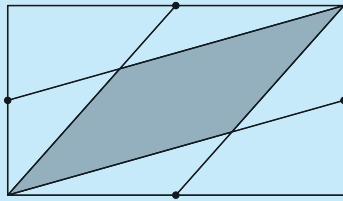
- retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;
- se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;
- caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que

- A) as duas serão brancas.
 B) as duas serão cinzentas.
 C) as duas serão pretas.
 D) exatamente uma será preta.
 E) exatamente uma será cinzenta.



16. A figura mostra um retângulo de área 42 cm^2 com os pontos médios dos lados em destaque. Qual é a área, em cm^2 , da região cinza?



- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 14
- E) 16

17. Dois carros saíram juntos de Quixajuba pela estrada em direção a Paraqui. A velocidade do primeiro carro era 50 km/h e a do segundo carro era 40 km/h . Depois de 30 minutos um terceiro carro saiu de Quixajuba pela mesma estrada, também com velocidade constante, e alcançou o primeiro carro uma hora e meia depois de ultrapassar o segundo. Qual era a velocidade do terceiro carro?

- A) 30 km/h
- B) 45 km/h
- C) 60 km/h
- D) 70 km/h
- E) 75 km/h

18. Na divisão indicada na figura, os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é o algarismo representado pelo asterisco apontado pela flecha?

- A) 8
- B) 7
- C) 6
- D) 3
- E) 0

$$\begin{array}{r}
 \text{*****} \text{ **} \\
 - \text{****} \quad \text{***} \\
 \hline
 000\text{***} \\
 - \text{**} \\
 \hline
 01
 \end{array}$$

19. Escreva os algarismos de 0 até 9 em uma linha, na ordem que você escolher. Na linha de baixo junte os vizinhos, formando nove números novos, e some esses números como no exemplo:

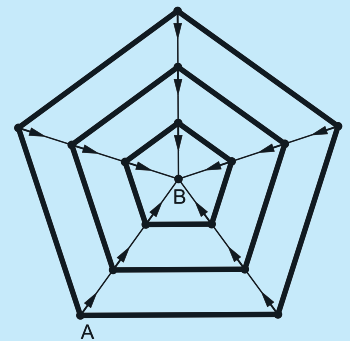
2		1		3		7		4		9		5		8		0		6
	21		13		37		74		49		95		58		80		06	
$21 + 13 + 37 + 74 + 49 + 95 + 58 + 80 + 6 = 433$																		

Qual é a maior soma que é possível obter desse modo?

- A) 506
- B) 494
- C) 469
- D) 447
- E) 432

20. Uma aranha encontra-se no ponto A de sua teia e quer chegar ao ponto B sem passar mais de uma vez por um mesmo segmento da teia. Além disso, ao percorrer um segmento radial (em traço mais fino), ela deve seguir o sentido indicado pela flecha. Quantos são os caminhos possíveis?

- A) $2^3 \times 5$
- B) $11^3 \times 5^2$
- C) 5^3
- D) 11^3
- E) 2×5^3



Nome completo do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).

(A) (B) (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 6ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!



Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação



1. Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (+) ou de multiplicação (×). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

$$2 \square 3 \square 0 \square 8 \square 9 \square 1$$

- A) 77
B) 78
C) 79
D) 80
E) 81

2. Para qual valor de x a igualdade $3 - \frac{6}{4 - \frac{8}{1+x}} = 0$ é verdadeira?

- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

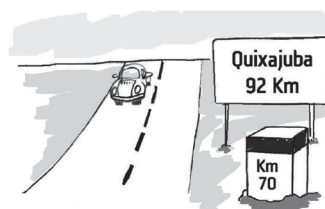
3. Carmem tem duas caixas, **A** e **B**, cada uma com 4 bolas brancas e 10 bolas pretas. Se ela retirar 6 bolas da caixa **A** e as colocar na caixa **B**, qual será o menor percentual possível de bolas pretas na caixa **B**?

- A) 50%
B) 55%
C) 60%
D) 65%
E) 70%

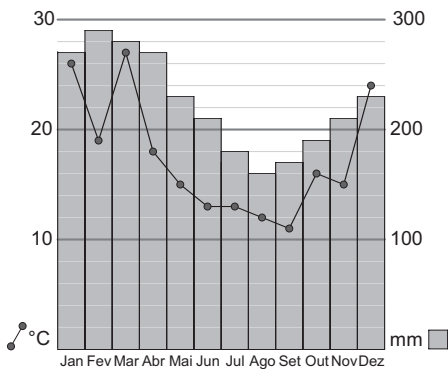


4. A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando *Quixajuba a 92 km*. No quilômetro 290 há uma placa indicando *Paraqui a 87 km*. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

- A) 5 km
B) 41 km
C) 128 km
D) 179 km
E) 215 km



5. O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?



- A) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.
- B) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.
- C) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.
- D) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.
- E) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

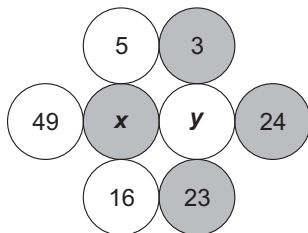
6. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

- A) 16
- B) 17
- C) 18
- D) 19
- E) 20



7. Na figura, x é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e y é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Qual é o valor de $x - y$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

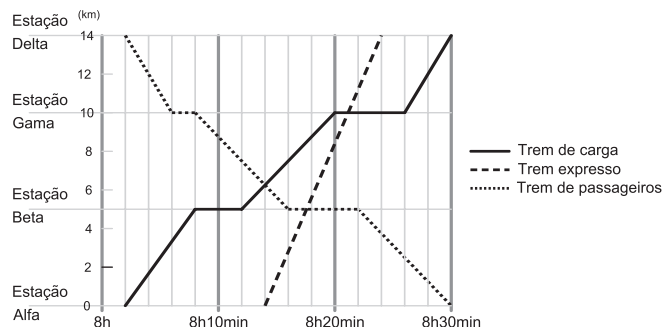


8. João vai de bicicleta ao encontro de sua namorada Maria. Para chegar na hora marcada, ele deve sair às 8 horas e pedalar a 10 km/h ou sair às 9 horas e pedalar a 15 km/h. A que horas é o encontro dos namorados?

- A) 10h
- B) 10h30min
- C) 11h
- D) 11h30min
- E) 12h



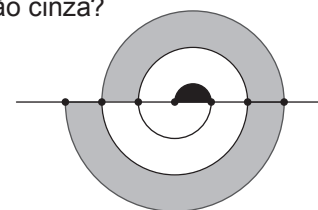
9. O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?



- A) O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.
- B) O trem expresso para na Estação Beta.
- C) Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.
- D) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.
- E) O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.

10. Na figura ao lado os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?

- A) 15
- B) 18
- C) 25
- D) 30
- E) 36



11. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: "Bruno é uma preguiça".
- Bruno diz: "Carlos é um tamanduá".
- Carlos diz: "Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais".
- Daniel diz: "Adriano é uma preguiça".

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

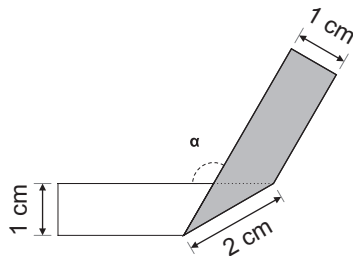
12. Joana tem 10 pares diferentes de meias, guardados dentro de uma gaveta. Três meias estão furadas, sendo duas do mesmo par. Quantas meias ela deve tirar da gaveta, uma de cada vez e sem olhar, para ter certeza de que entre elas haja um par sem defeito?

- A) 5
- B) 6
- C) 10
- D) 11
- E) 13



13. Uma tira de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura. Qual é a medida do ângulo α ?

- A) 110°
- B) 115°
- C) 120°
- D) 125°
- E) 130°



14. Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{5}{9}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{2}{3}$
- E) $\frac{3}{4}$

15. A figura 1 mostra um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Com 27 desses dados montou-se um cubo, como na figura 2. Qual é a maior soma possível de todos os números que aparecem nas seis faces do cubo?

- A) 162
- B) 288
- C) 300
- D) 316
- E) 324



Figura 1

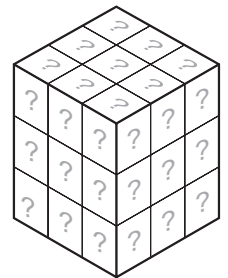


Figura 2

16. Os círculos que formam as figuras A, B e C são todos iguais. Os comprimentos dos contornos das figuras, indicados com linhas mais grossas, são a , b e c , respectivamente. Qual das alternativas é verdadeira?

- A) $a = b = c$
- B) $a < b = c$
- C) $b < c < a$
- D) $a = c < b$
- E) $a = b < c$

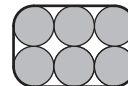


Figura A

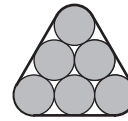


Figura B

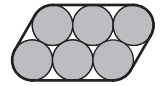


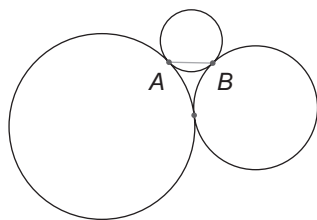
Figura C

17. Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

- A) 20
- B) 32
- C) 60
- D) 72
- E) 120

18. A figura mostra três circunferências de raios 1, 2 e 3, tangentes duas a duas nos pontos destacados. Qual é o comprimento do segmento AB ?

- A) 1
- B) $\sqrt{2}$
- C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
- D) $\frac{3}{2}$
- E) $\sqrt{3}$



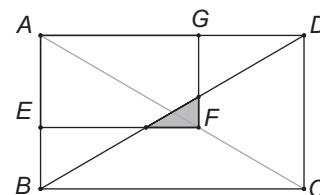
19. Duas folhas de papel, uma retangular e outra quadrada, foram cortadas em quadradinhos de 1 cm de lado. Nos dois casos obteve-se o mesmo número de quadradinhos. O lado da folha quadrada mede 5 cm a menos que um dos lados da folha retangular. Qual era o perímetro da folha retangular?

- A) 48 cm
- B) 68 cm
- C) 72 cm
- D) 82 cm
- E) 100 cm

20. Na figura, $ABCD$ e $AEFG$ são retângulos e o ponto F pertence à diagonal AC . A área do triângulo cinza é igual a $\frac{1}{18}$ da área do retângulo $AEFG$. Qual é o valor de $\frac{AF}{AC}$?

a $\frac{1}{18}$ da área do retângulo $AEFG$. Qual é o valor de $\frac{AF}{AC}$?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{3}{8}$
- C) $\frac{8}{13}$
- D) $\frac{11}{18}$
- E) $\frac{3}{4}$



Nome do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
 (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 5ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!



Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação



1. Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15 minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

- 1010
- 1110
- 1210
- 1211
- 1310



2. Para achar o número de seu sapato, Maurício mediu o comprimento de seu pé em centímetros, multiplicou a medida por 5, somou 28, dividiu tudo por 4 e arredondou o resultado para cima, obtendo o número 40. Qual das alternativas mostra um possível comprimento do pé do Maurício?

- 24 cm
- 25 cm
- 26 cm
- 27 cm
- 28 cm



3. Joãozinho inventou uma operação matemática com números inteiros, para a qual ele usa o sinal *. Ela funciona assim:

$$a * b = (a + 1) \times (b - 1)$$

Por exemplo, $3 * 5 = (3 + 1) \times (5 - 1) = 16$. Se a e b são inteiros positivos tais que $a * b = 24$ e $b * a = 30$, quanto vale $a + b$?

- 11
- 12
- 15
- 16
- 18

4. Arnaldo, Beto, Celina e Dalila formam dois casais. Os quatro têm idades diferentes. Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. O esposo de Celina é a pessoa mais velha. É correto afirmar que:



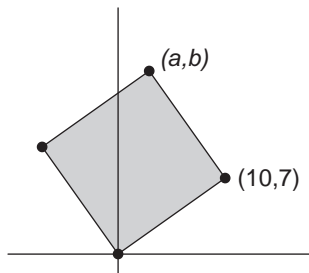
- A) Arnaldo é mais velho que Beto e sua esposa é Dalila.
- B) Arnaldo é mais velho que sua esposa Dalila.
- C) Celina é a mais nova de todos e seu marido é Beto.
- D) Dalila é mais velha que Celina e seu marido é Beto.
- E) Celina é mais velha que seu marido Arnaldo.

5. O diâmetro de uma pizza grande é o dobro do diâmetro de uma pizza pequena. A pizza grande é cortada em 16 fatias iguais. A que fração de uma pizza pequena correspondem 3 fatias da pizza grande?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{3}{8}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) $\frac{5}{8}$

6. O quadrado da figura tem um vértice na origem, outro no ponto $(10,7)$ e um terceiro no ponto (a,b) . Qual é o valor de $a + b$?

- A) 20
- B) 21
- C) 22
- D) 23
- E) 24

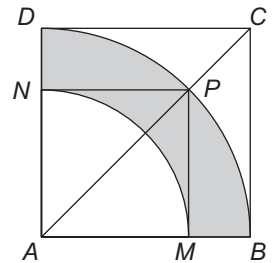


7. Qual é o valor de $5353^2 - 2828^2$?

- A) 2525^2
- B) 3535^2
- C) 4545^2
- D) 4565^2
- E) 5335^2

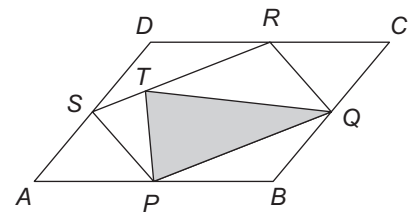
8. Na figura, $ABCD$ e $AMPN$ são quadrados e \widehat{BD} e \widehat{MN} são arcos de círculos de centro A . Qual é a razão entre a área sombreada e a área do quadrado $ABCD$?

- A) $\frac{\pi}{4}$
- B) $\frac{\pi}{5}$
- C) $\frac{\pi}{6}$
- D) $\frac{\pi}{7}$
- E) $\frac{\pi}{8}$



9. Na figura, o paralelogramo $ABCD$ tem área 40 cm^2 . Os pontos P , Q , R , S são pontos médios dos lados do paralelogramo e T está no segmento RS . Qual é a área do triângulo PQT ?

- A) 10 cm^2
- B) 12 cm^2
- C) 14 cm^2
- D) 16 cm^2
- E) 18 cm^2



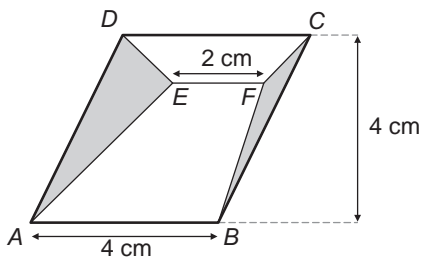
10. Duas formiguinhas andam em sentidos contrários sobre uma circunferência. Enquanto uma delas dá nove voltas na circunferência, a outra dá seis. Em quantos pontos distintos da circunferência elas se cruzam?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6



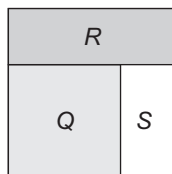
11. Na figura, $ABCD$ é um paralelogramo e o segmento EF é paralelo a AB . Qual é a soma das áreas dos triângulos cinzentos?

- A) 2 cm^2
- B) 4 cm^2
- C) 6 cm^2
- D) 8 cm^2
- E) 10 cm^2



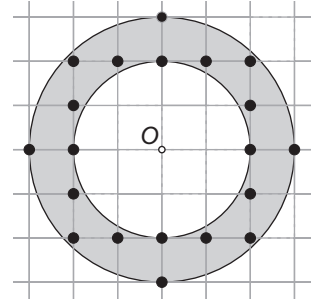
12. A figura mostra um quadrado de lado 1 m dividido em dois retângulos e um quadrado. As áreas do quadrado Q e do retângulo R são iguais. Qual é a área do retângulo S ?

- A) $\sqrt{5} - 2 \text{ m}^2$
- B) $\frac{1}{5} \text{ m}^2$
- C) $3 - \sqrt{5} \text{ m}^2$
- D) $\frac{1}{3} \text{ m}^2$
- E) $\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ m}^2$



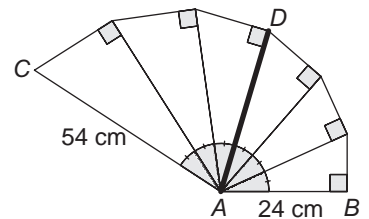
13. Na figura, as duas circunferências têm centro O e os quadradinhos do quadriculado têm lado 1 cm. Há 20 pontos do quadriculado na região delimitada pelas circunferências. Quantos pontos do quadriculado estão na região delimitada por duas circunferências de centro O e raios 4 cm e 5 cm?

- A) 32
- B) 34
- C) 36
- D) 38
- E) 40



14. Os seis triângulos da figura são retângulos e seus ângulos com vértice no ponto A são iguais. Além disso, $AB = 24 \text{ cm}$ e $AC = 54 \text{ cm}$. Qual é o comprimento de AD ?

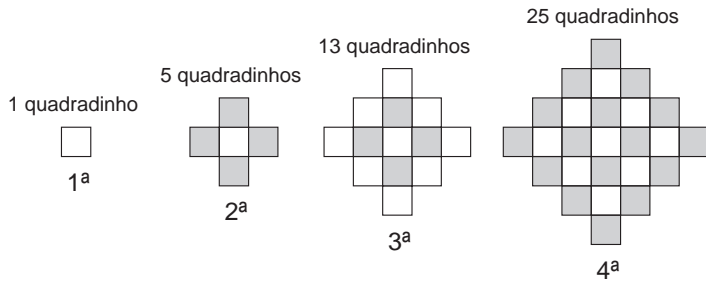
- A) 30 cm
- B) 34 cm
- C) 36 cm
- D) 38 cm
- E) 39 cm



15. Luciana tem três canetas pretas e três vermelhas. Ontem ela pegou, ao acaso, uma dessas canetas e colocou-a na bolsa. Hoje ela colocou uma caneta preta na bolsa. Se ela retirar uma dessas duas canetas da bolsa, sem olhar, qual a probabilidade de essa caneta ser preta?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{3}{5}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) $\frac{4}{7}$

16. Felipe construiu uma sequência de figuras com quadradinhos; abaixo mostramos as quatro primeiras figuras que ele construiu. Qual é a primeira figura que tem mais de 2009 quadradinhos?



- A) A 30ª
- B) A 31ª
- C) A 32ª
- D) A 33ª
- E) A 34ª

17. Com exatamente dois segmentos de reta, podemos fazer figuras diferentes unindo os vértices de um pentágono. Cinco dessas figuras estão ilustradas a seguir.

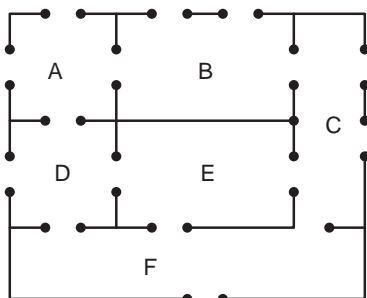


Incluindo essas cinco, quantas figuras diferentes podemos fazer desse modo?

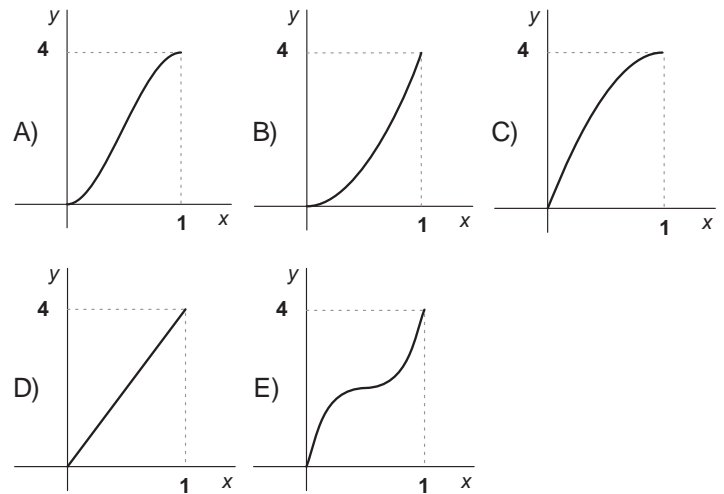
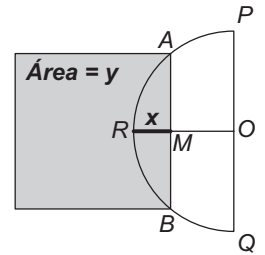
- A) 25
- B) 30
- C) 35
- D) 40
- E) 45

18. A figura mostra a planta de uma escola que tem seis salas, indicadas pelas letras de A até F. Joãozinho entrou na escola, percorreu todas as salas e foi embora, tendo passado exatamente duas vezes por uma das portas e uma única vez por cada uma das outras. A porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga:

- A) as salas A e B.
- B) as salas C e E.
- C) as salas E e F.
- D) a sala D e o lado de fora da escola.
- E) a sala F e o lado de fora da escola.



19. O semicírculo da figura tem centro O e diâmetro $PQ = 2$ cm. O raio OR é perpendicular a PQ . Por um ponto qualquer M de OR traça-se a corda AB perpendicular a OR . Sejam x o comprimento de RM , em cm, e y a área do quadrado de lado AB , em cm^2 . Qual dos gráficos abaixo expressa a relação entre x e y ?



20. Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

- Nenhum jogo pode terminar empatado.
- O time que perder duas partidas será eliminado.
- O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

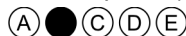
- A) 56
- B) 57
- C) 58
- D) 112
- E) 113



Nome do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).



5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 4ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação

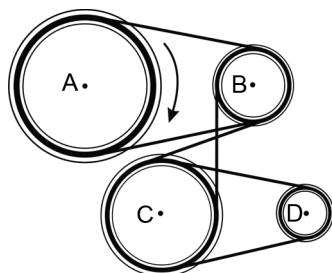


1. Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?


- (A) 59
- (B) 60
- (C) 61
- (D) 62
- (E) 63

2. Os discos A, B, C e D representam polias de diâmetros 8, 4, 6 e 2 cm, respectivamente, unidas por correias que se movimentam sem deslizar. Quando o disco A dá uma volta completa no sentido horário, o que acontece com o disco D?

- (A) Dá 4 voltas no sentido horário
- (B) Dá 3 voltas no sentido horário
- (C) Dá 6 voltas no sentido anti-horário
- (D) Dá 4 voltas no sentido anti-horário
- (E) Dá 3 voltas no sentido anti-horário

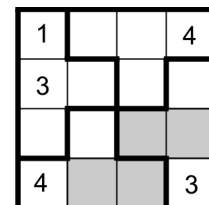


3. Os quadradinhos do tabuleiro da figura devem ser preenchidos de modo que:

- nos quadradinhos de cada uma das regiões em forma de  apareçam os números 1, 3, 5 e 7 ou os números 2, 4, 6 e 8;
- em quadradinhos com um lado comum **não** apareçam números consecutivos.

Qual é a soma dos números que vão aparecer nos quadradinhos cinza?

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 16
- (D) 18
- (E) 20

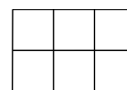


4. Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma seqüência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa seqüência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa seqüência?

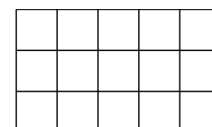
- (A) 402 cm
- (B) 472 cm
- (C) 512 cm
- (D) 598 cm
- (E) 634 cm



1º



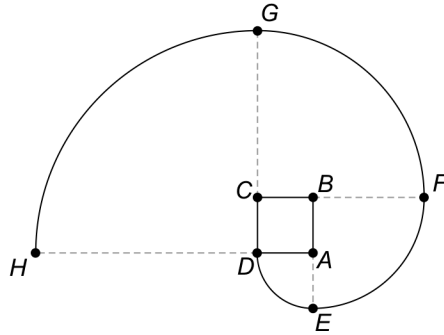
2º



3º

5. A figura mostra um quadrado $ABCD$ de lado 1 cm e arcos de circunferência DE , EF , FG e GH com centros A , B , C e D , respectivamente. Qual é a soma dos comprimentos desses arcos?

- (A) 5π cm
- (B) 6π cm
- (C) 7π cm
- (D) 8π cm
- (E) 9π cm



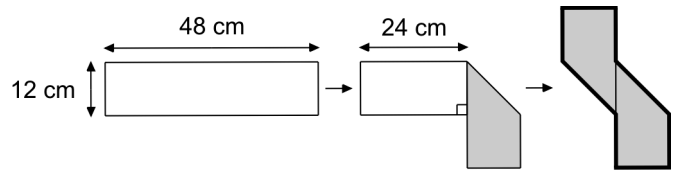
6. Ronaldo quer cercar completamente um terreno retangular de 900 m^2 . Ao calcular o comprimento da cerca ele se enganou, fez os cálculos como se o terreno fosse quadrado e comprou 2 metros de cerca a menos que o necessário. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

- (A) 2 m
- (B) 4 m
- (C) 7 m
- (D) 9 m
- (E) 11 m

7. Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

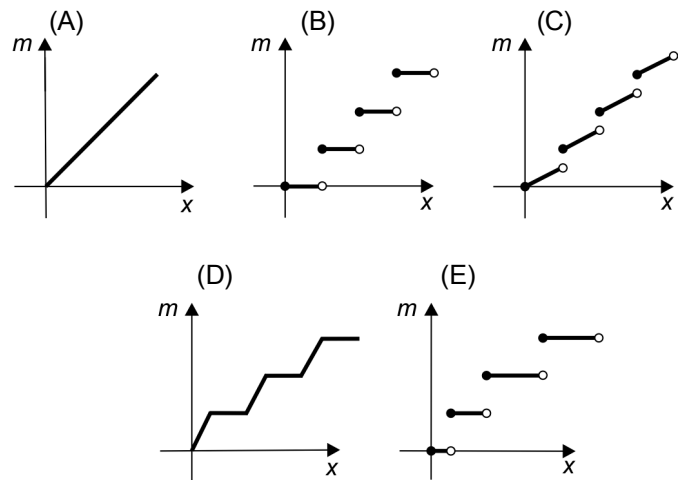
- (A) segunda-feira
- (B) terça-feira
- (C) quarta-feira
- (D) quinta-feira
- (E) sexta-feira

8. Uma tira retangular de cartolina, branca na frente e cinza atrás, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é o perímetro desse polígono?



- (A) 96 cm
- (B) $24 + 4\sqrt{2}$ cm
- (C) $60 + 12\sqrt{2}$ cm
- (D) $72 + 18\sqrt{2}$ cm
- (E) $72 + 24\sqrt{2}$ cm

9. Lúcia está correndo, sempre no mesmo sentido, em uma pista circular. Qual dos gráficos melhor descreve o número m de voltas completas que ela dá em função da distância x que ela corre?



10. Pedrinho preencheu a tabela com números inteiros de forma que em cada linha, coluna ou diagonal, o número do meio é a média aritmética dos outros dois. Qual é a soma dos números que apareceram nas casas em cinza?

- (A) 16
- (B) 17
- (C) 18
- (D) 19
- (E) 20

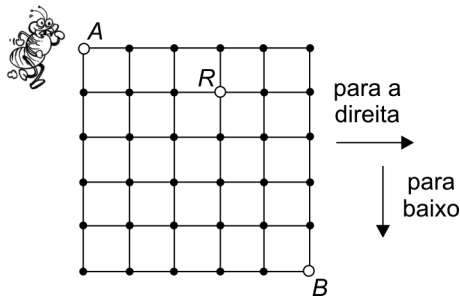
	7	
9		
		20

11. Os 535 alunos e os professores de uma escola fizeram um passeio de ônibus. Os ônibus, com capacidade para 46 passageiros cada, ficaram lotados. Em cada ônibus havia um ou dois professores. Em quantos ônibus havia dois professores?

- (A) 3
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 9

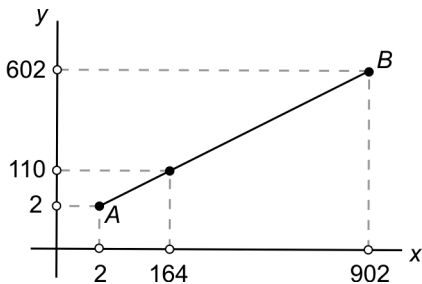
12. Uma formiguinha está no ponto A do quadriculado da figura e quer chegar ao ponto B passando pelo ponto R , andando sobre os lados dos quadradinhos e apenas para a direita ou para baixo. De quantas maneiras ela pode fazer esse trajeto?

- (A) 20
- (B) 24
- (C) 40
- (D) 48
- (E) 60



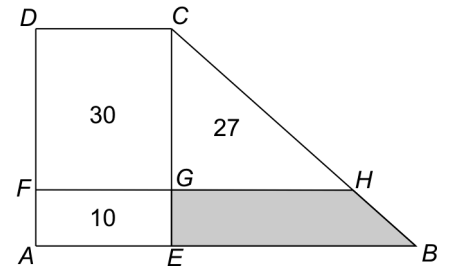
13. No segmento AB da figura existem vários pontos de coordenadas inteiras, como por exemplo $(164,110)$. Quantos pontos com as duas coordenadas inteiras existem nesse segmento, contando os extremos?

- (A) 218
- (B) 249
- (C) 268
- (D) 289
- (E) 301



14. O trapézio $ABCD$ foi dividido em dois retângulos $AEGF$ e $FGCD$, um triângulo GHC e um trapézio $EBHG$. As áreas dos dois retângulos e do triângulo, em cm^2 , estão indicadas na figura. Qual é a área do trapézio $EBHG$?

- (A) 15 cm^2
- (B) 18 cm^2
- (C) 21 cm^2
- (D) 22 cm^2
- (E) 24 cm^2



15. Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

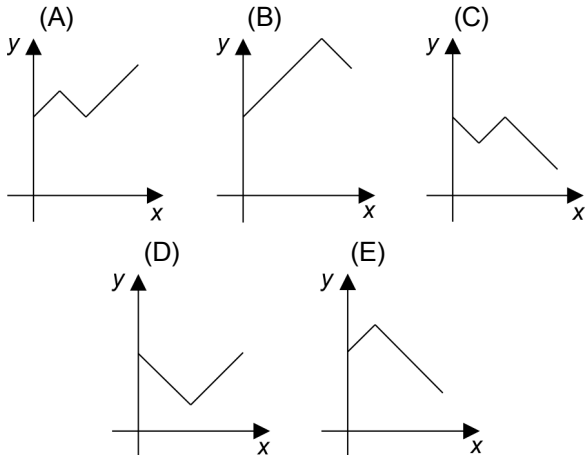
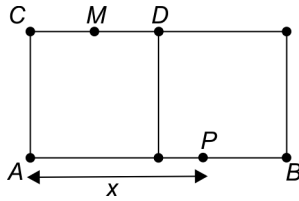
- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

- (A) Ari; água
- (B) Bruna; água
- (C) Carlos; suco
- (D) Ari; suco
- (E) Bruna; suco

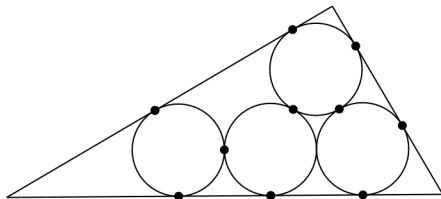


16. Na figura vemos dois quadrados, sendo M o ponto médio de CD . Uma formiguinha parte de um ponto qualquer P do segmento AB e quer chegar ao ponto M andando apenas sobre os lados dos quadrados pelo menor caminho possível. Qual dos gráficos abaixo melhor representa a distância y que a formiguinha vai percorrer em função da distância $x = AP$?



17. A figura mostra quatro círculos de raio 1 cm dentro de um triângulo. Os pontos marcados são pontos de tangência. Qual é o comprimento do menor lado desse triângulo?

- (A) 4 cm
- (B) $3 + \sqrt{3}$ cm
- (C) 5 cm
- (D) $3\sqrt{3}$ cm
- (E) $2 + 2\sqrt{3}$ cm



18. Uma papelaria monta estojos. Dentro de cada estojo são colocadas 3 canetas, que podem ser azuis ou vermelhas, numeradas com 1, 2 e 3. Cada estojo recebe uma etiqueta com a letra **A** se as cores das canetas 1 e 2 são iguais, uma com a letra **B** se as cores das canetas 1 e 3 são iguais e uma com a letra **C** se as cores das canetas 2 e 3 são iguais (o mesmo estojo pode receber mais de uma etiqueta). Em certo dia foram utilizadas 120 etiquetas **A**, 150 etiquetas **B** e 200 etiquetas **C**, e exatamente 200 estojos receberam apenas uma etiqueta. Quantos estojos foram montados nesse dia?

- (A) 220
- (B) 230
- (C) 260
- (D) 290
- (E) 310

19. Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres.

Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 15
- (D) 18
- (E) 21



20. Em um jogo, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma casa; quando sai coroa, ele avança duas casas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual é a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

- (A) $\frac{7}{8}$
- (B) $\frac{5}{6}$
- (C) $\frac{2}{3}$
- (D) $\frac{5}{8}$
- (E) $\frac{3}{4}$



Somando novos talentos para o Brasil

Nome do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
 (A) ● (B) ○ (C) ○ (D) ○ (E) ○
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Fundação Carlos Chagas


É com grande alegria que contamos com a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na 3ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério da **Ciência e Tecnologia** Ministério da **Educação**

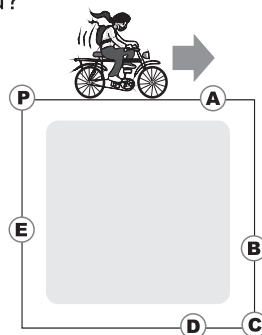




SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

1. Sueli resolveu dar cinco voltas em torno de uma praça quadrada. Ela partiu do vértice P, no sentido indicado pela flecha. Faltando $\frac{2}{7}$ do percurso total para completar as cinco voltas, ela caiu e teve que interromper o passeio. Qual ponto indica o lugar em que Sueli caiu?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E



2. Qual dos números a seguir está mais próximo de $(0,899^2 - 0,101^2) \times 0,5$?

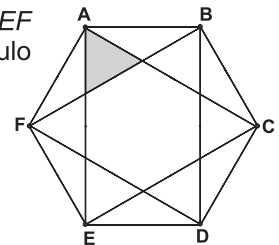
- A) 1
- B) 0,9
- C) 0,8
- D) 0,5
- E) 0,4

3. Se $x=y=2z$ e $xyz=864$, qual é o valor de $x+y+z$?

- A) 18
- B) 24
- C) 30
- D) 32
- E) 34

4. A área do hexágono regular ABCDEF é 45 cm^2 . Qual é a área do triângulo sombreado?

- A) $2,0 \text{ cm}^2$
- B) $2,5 \text{ cm}^2$
- C) $3,0 \text{ cm}^2$
- D) $3,5 \text{ cm}^2$
- E) $4,0 \text{ cm}^2$



5. A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

- se colocar ovos, não coloque creme.
- se colocar leite, não coloque laranja.
- se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com:

- A) ovos e leite, mas sem creme.
- B) creme, laranja e leite, mas sem ovos.
- C) ovos e creme, mas sem laranja.
- D) ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
- E) leite e laranja, mas sem creme.



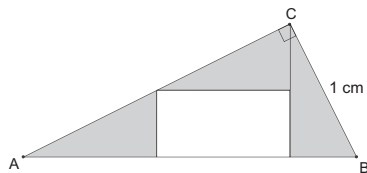
6. José e seus parentes moram em algumas das cidades A, B, C, D e E, indicadas no mapa com as distâncias entre elas. Ele saiu de sua cidade e viajou 13 km para visitar seu tio, depois mais 21 km para visitar sua irmã e, finalmente, mais 12 km para ver sua mãe. Em qual cidade mora a mãe de José?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E



7. A figura mostra um triângulo retângulo ABC e três triângulos retângulos congruentes sombreados. O lado BC tem comprimento 1 cm. Qual é o perímetro do triângulo ABC, em centímetros?

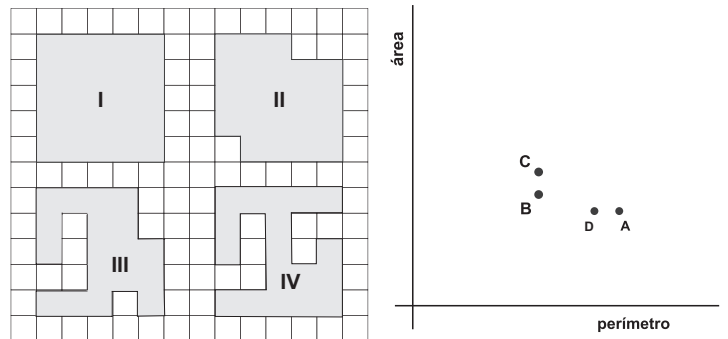
- A) $3 + \sqrt{5}$
- B) $2 + 2\sqrt{5}$
- C) $5 - \sqrt{5}$
- D) 5
- E) 6



8. Turmalinas são pedras semipreciosas cujo valor varia de acordo com o peso; se uma turmalina pesa o dobro de outra, então seu valor é cinco vezes o dessa outra. Zita, sem saber disso, mandou cortar uma turmalina que valia R\$1.000,00 em quatro pedras iguais. Quanto ela irá receber se vender os quatro pedaços?

- A) R\$ 160,00
- B) R\$ 200,00
- C) R\$ 250,00
- D) R\$ 400,00
- E) R\$ 500,00

9. A figura mostra quatro polígonos desenhados em uma folha quadriculada. Para cada uma dessas figuras foi assinalado, no plano cartesiano à direita, o ponto cujas coordenadas horizontal e vertical são, respectivamente, seu perímetro e sua área.

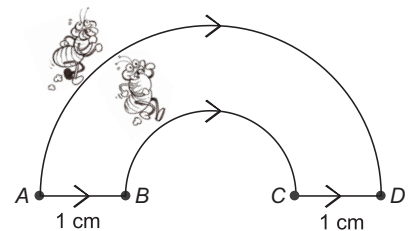


Qual é a correspondência correta entre os polígonos e os pontos?

- A) I → A, II → D, III → B, IV → C
- B) I → D, II → A, III → C, IV → A
- C) I → C, II → B, III → D, IV → A
- D) I → C, II → A, III → B, IV → D
- E) I → C, II → B, III → A, IV → D

10. Duas formigas partem do ponto A e vão até o ponto D, andando no sentido indicado pelas flechas. A primeira percorre o semicírculo maior; a segunda, o segmento AB, o semicírculo menor e o segmento CD. Os pontos A, B, C e D estão alinhados e os segmentos AB e CD medem 1 cm cada um. Quantos centímetros a segunda formiga andou menos que a primeira?

- A) 2
- B) π
- C) $\frac{\pi}{2}$
- D) $\pi - 2$
- E) 2π

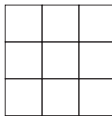


11. Manuela quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ela não quer que as paredes azul e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ela pode pintar seu quarto?

- A) 8
- B) 16
- C) 18
- D) 20
- E) 24



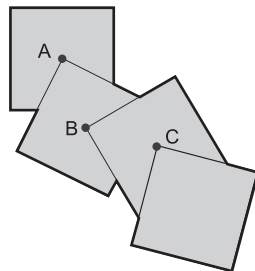
12. As nove casas do tabuleiro ao lado foram preenchidas com três números: 5, 8 e mais um outro número natural. Os números em cada linha são todos diferentes, e o mesmo acontece em cada coluna. Além disso, a soma dos números em cada uma das diagonais é o mesmo número par. Qual é essa soma?



- A) 18
- B) 20
- C) 24
- D) 28
- E) 30

13. A figura foi feita com quatro quadrados de 10 cm de lado. Os vértices A, B e C são também centros dos quadrados correspondentes. Qual é a área da região sombreada?

- A) 100 cm²
- B) 150 cm²
- C) 225 cm²
- D) 275 cm²
- E) 325 cm²



14. Quantos são os números inteiros p tais que $50^3 < 5^p < 50^4$?

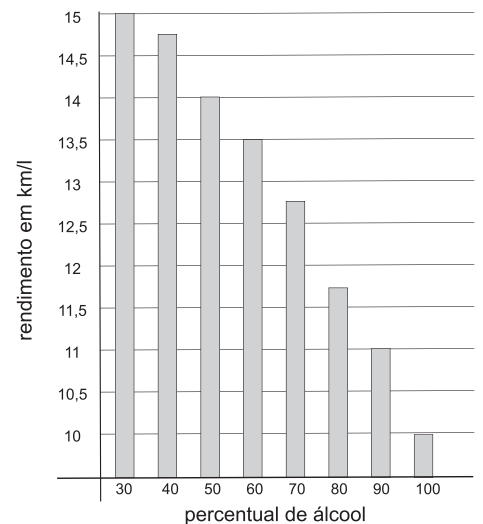
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

15. O *contrário* de um número de dois algarismos, ambos diferentes de zero, é o número obtido trocando-se a ordem de seus algarismos. Por exemplo, o contrário de 25 é 52 e contrário de 79 é 97. Qual dos números abaixo **não** é a soma de um número de dois algarismos com seu contrário?

- A) 44
- B) 99
- C) 121
- D) 165
- E) 181

16. O gráfico mostra a relação entre o percentual de álcool misturado com gasolina e o rendimento do carro de Cristina, em quilômetros por litro. Cristina começou uma viagem com o tanque de 50 litros cheio de uma mistura com 30% de álcool. Depois de andar 300 km ela parou em um posto, onde completou o tanque com álcool puro, e continuou a viagem sem reabastecer até chegar a seu destino, com o tanque praticamente vazio. Aproximadamente quantos quilômetros ela percorreu em toda a viagem?

- A) 800
- B) 900
- C) 975
- D) 1050
- E) 1125



Nome do(a) aluno(a): _____

INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno que estuda e não se esqueça de assiná-lo.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
- Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
 (A) ● (C) (D) (E)
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
- Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

Fundação Carlos Chagas
 FC

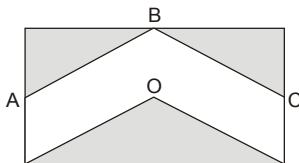
É com grande alegria que contamos com a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na 2ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério da Ciência e Tecnologia
 Ministério da Educação



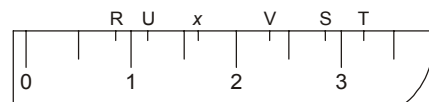
1. No retângulo ao lado, A , B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é



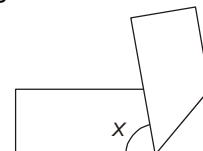
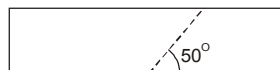
- $\frac{1}{4}$ da área do retângulo.
- $\frac{1}{3}$ da área do retângulo.
- $\frac{1}{2}$ da área do retângulo.
- $\frac{3}{5}$ da área do retângulo.
- $\frac{2}{3}$ da área do retângulo.

3. A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número $2x - 2$?

- R
- S
- T
- U
- V



4. Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana da direita. Qual o valor do ângulo x ?

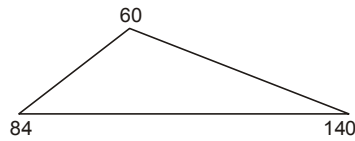


- 30°
- 50°
- 80°
- 100°
- 130°

2. Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?

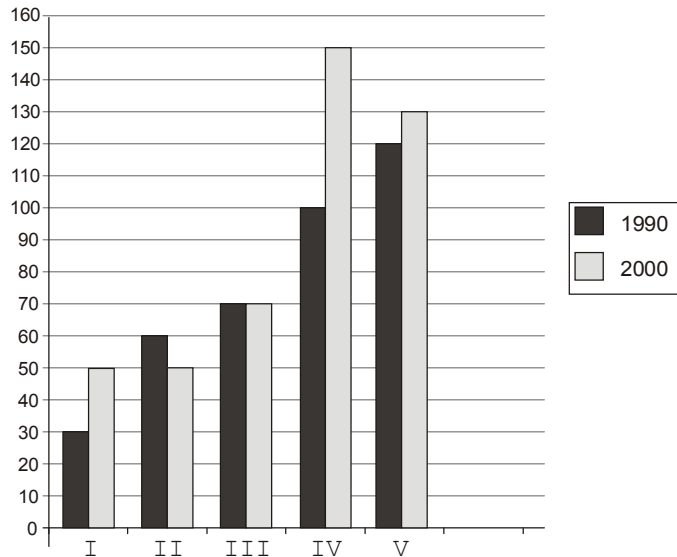
- $1 + \frac{1}{2}$
- $1 - \frac{1}{8}$
- $1 + \frac{1}{5}$
- $1 - \frac{1}{3}$
- $1 + \frac{1}{10}$

5. Os comprimentos dos lados do triângulo da figura são números inteiros. Junto a cada vértice aparece o produto dos comprimentos dos lados a ele adjacentes. Qual é o perímetro do triângulo?



- (A) 20
- (B) 24
- (C) 28
- (D) 30
- (E) 34

6. No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.



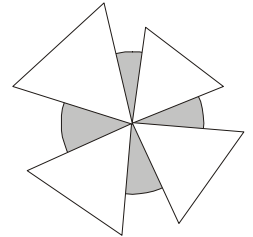
Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

7. Qual é a soma dos algarismos do número $1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2004} + 10^{2005} + 10^{2006}$?

- (A) 1
- (B) 10
- (C) 2006
- (D) 2007
- (E) 20060

8. A figura mostra um círculo de área 36 cm^2 sobre o qual estão desenhados quatro triângulos equiláteros com um vértice comum no centro do círculo. Qual é a área da região sombreada?



- (A) 9 cm^2
- (B) 12 cm^2
- (C) 15 cm^2
- (D) 20 cm^2
- (E) 24 cm^2

9. Vera preencheu com os algarismos 1, 2, 3 e 4 as onze casas que estão sem algarismo na tabela, de modo que em nenhuma linha e em nenhuma coluna aparecessem dois algarismos iguais. Qual a soma dos números que Vera colocou nas casas marcadas com bolinhas pretas?

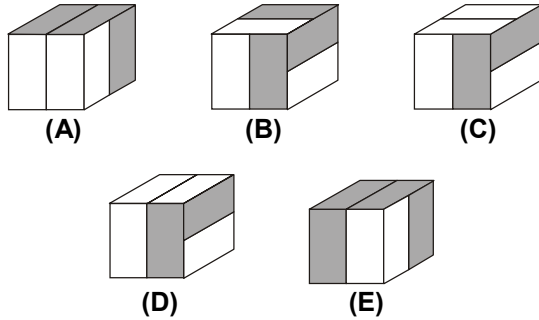
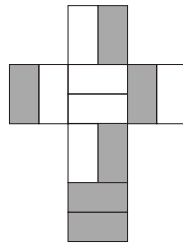
•	2		
1	•		
2		•	3
		1	•

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 12
- (D) 13
- (E) 14

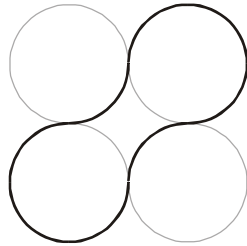
10. Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

- (A) 43%
- (B) 54%
- (C) 58%
- (D) 75%
- (E) 86%

11. Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?



12. Na figura os quatro círculos são tangentes e seus centros são vértices de um quadrado de lado 4 cm. Qual é o comprimento, em centímetros, da linha destacada?



- (A) 2π
- (B) 4π
- (C) 6π
- (D) 8π
- (E) 10π

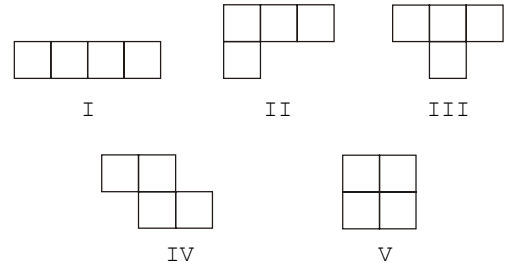
13. Os termos de uma seqüência são formados usando-se apenas os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, como segue:

1º termo: 123454321
 2º termo: 12345432123454321
 3º termo: 1234543212345432123454321
 e assim por diante.

Quantas vezes o algarismo 4 aparece no termo que tem 8001 algarismos?

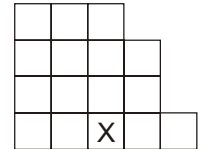
- (A) 1000
- (B) 1001
- (C) 2000
- (D) 2001
- (E) 4000

14.



Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V



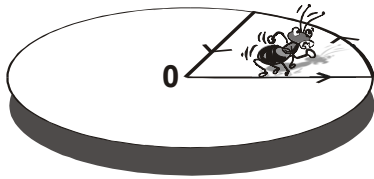
15. Quantos são os números menores que 10000 tais que o produto de seus algarismos seja 100? Por exemplo, 455 é um destes números, porque $4 \times 5 \times 5 = 100$.

- (A) menos de 10
- (B) 18
- (C) 21
- (D) 28
- (E) mais de 30

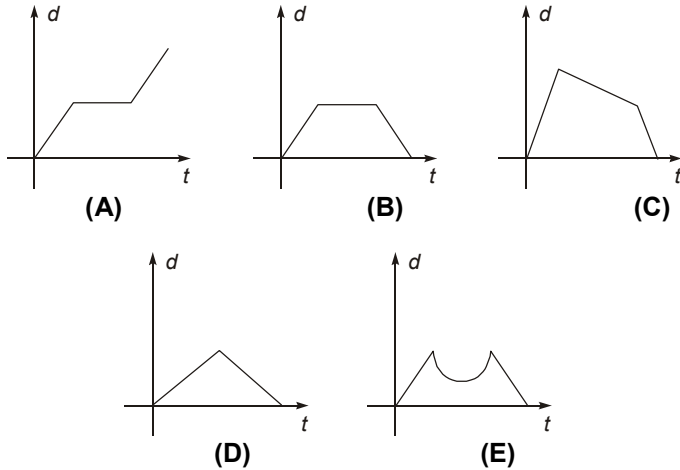
16. Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Delas são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?

- (A) $\frac{1}{10}$
- (B) $\frac{1}{5}$
- (C) $\frac{3}{10}$
- (D) $\frac{2}{5}$
- (E) $\frac{1}{2}$

17. Uma formiguinha parte do centro de um círculo e percorre uma só vez, com velocidade constante, o trajeto ilustrado na figura.



Qual dos gráficos a seguir representa a distância d da formiguinha ao centro do círculo em função do tempo t ?

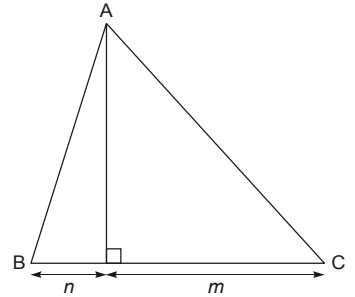


18. No dia de seu aniversário em 2006, o avô de Júlia disse a ela: “Eu nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980. Quantos anos eu completo hoje?”. A resposta certa é:



- (A) 61
- (B) 64
- (C) 67
- (D) 70
- (E) 72

19. No triângulo ABC , o comprimento dos lados AB , BC e CA , nessa ordem, são números inteiros e consecutivos. A altura relativa a BC divide este lado em dois segmentos de comprimentos m e n , como indicado.



Quanto vale $m - n$?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 6

20. O número $abcde$ tem cinco algarismos distintos e diferentes de zero, cada um deles representado por uma das letras a, b, c, d, e . Multiplicando-se este número por 4 obtém-se número de cinco algarismos $edcba$. Qual o valor de $a + b + c + d + e$?

- (A) 22
- (B) 23
- (C) 24
- (D) 25
- (E) 27

Nome do aluno (a): _____

INSTRUÇÕES

1. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).
2. Preencha o cartão resposta com seu nome e data de nascimento e não se esqueça de assiná-lo.
3. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
4. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E), e **apenas uma** delas é correta.
5. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo o espaço dentro do círculo correspondente.

(A) ● (C) (D) (E)

6. Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
7. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
8. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
9. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão resposta.

É com grande alegria que recebemos a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções. Desejamos que você faça uma boa prova!



1. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?



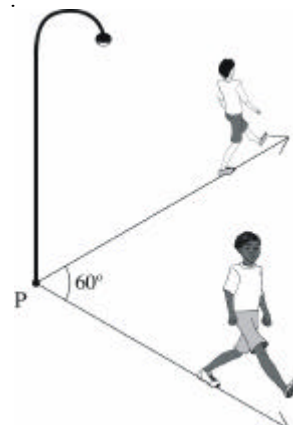
- (A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 25
(E) 30

2. Uma folha de papel retangular, de 10 cm de largura por 24 cm de comprimento, foi dobrada de forma a obter uma folha dupla, de 10 cm de largura por 12 cm de comprimento. Em seguida, a folha dobrada foi cortada ao meio, paralelamente à dobra, obtendo-se assim três pedaços retangulares. Qual é a área do maior desses pedaços?

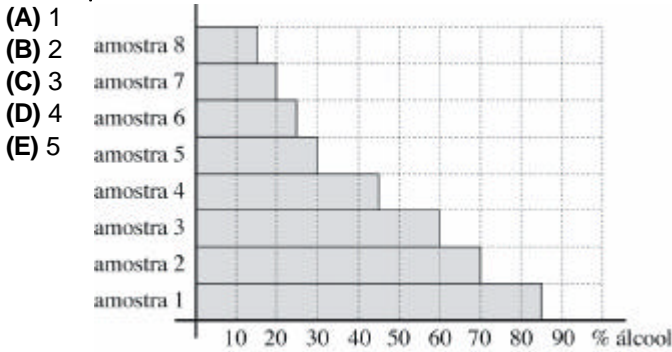
- (A) 30 cm²
(B) 60 cm²
(C) 120 cm²
(D) 180 cm²
(E) 240 cm²

3. Dois amigos partem ao mesmo tempo do ponto P e se afastam em direções que formam um ângulo de 60° , conforme mostra a figura. Eles caminham em linha reta, ambos com velocidade de 6 km/h. Qual será a distância entre eles 1 minuto após a partida?

- (A) 80 m
(B) 90 m
(C) 95 m
(D) 100 m
(E) 105 m

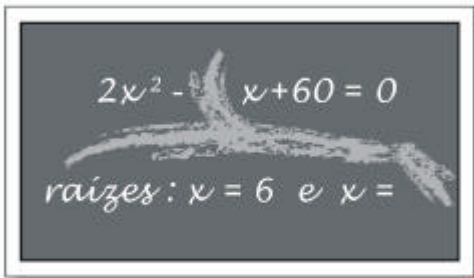


4. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



5. Mariana entrou na sala e viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, parcialmente apagadas, conforme a figura. Qual número foi apagado na linha de cima do quadro-negro?

- (A) 11
(B) 12
(C) 13
(D) 20
(E) 22



6. Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2 005?

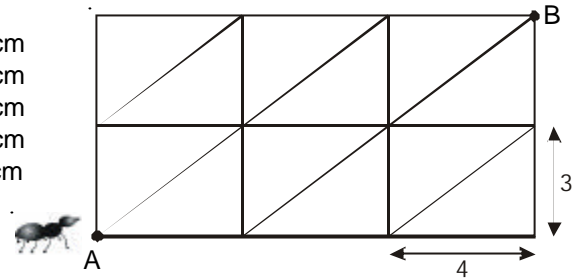
- (A) 664
(B) 665
(C) 667
(D) 668
(E) 669

7. Os médicos recomendam, para um adulto, 800 mg de cálcio por dia. Sabe-se que 200 ml de leite contêm 296 mg de cálcio. Quando um adulto bebe 200 ml de leite, qual é o percentual da dose diária recomendada de cálcio que ele está ingerindo?

- (A) 17%
(B) 27%
(C) 37%
(D) 47%
(E) 57%

8. Uma formiga está no ponto A da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4 cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de A até B?

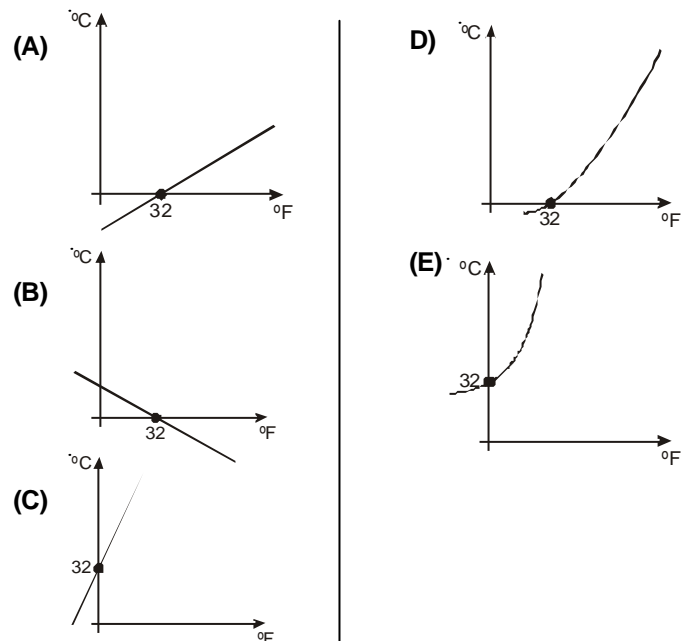
- (A) 12 cm
(B) 14 cm
(C) 15 cm
(D) 17 cm
(E) 18 cm



9. Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

- (A) 32
(B) 36
(C) 45
(D) 46
(E) 48

10. No Brasil, usa-se a escala *Celsius* para medir temperaturas e, em outros países, usa-se a escala *Fahrenheit*. Para converter uma temperatura da escala *Fahrenheit* para a *Celsius*, subtrai-se 32 do valor da temperatura em graus *Fahrenheit* e multiplica-se o resultado por 5/9. Qual dos gráficos representa a relação entre as medidas de uma mesma temperatura em graus *Fahrenheit* (indicados por °F) e em graus *Celsius* (indicados por °C)?

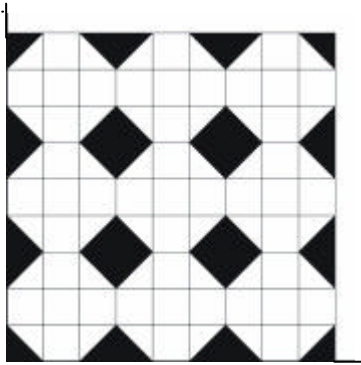


11. Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

- (A) 200
- (B) 216
- (C) 228
- (D) 300
- (E) 432

12. Uma parede de 3 metros de altura por 9 metros de comprimento foi inteiramente coberta com azulejos quadrados de 10 cm de lado. Foram usados dois tipos de azulejos: um totalmente branco e o outro preto e branco. A figura representa o padrão usado, a partir do canto inferior esquerdo da parede. Qual é a área da parede coberta com a cor branca?

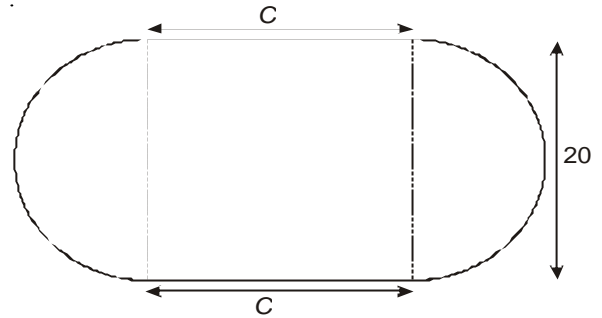
- (A) 21 m²
- (B) 22 m²
- (C) 23 m²
- (D) 24 m²
- (E) 25 m²



13. Para cercar um terreno retangular de 60 metros quadrados com uma cerca formada por dois fios de arame foram usados 64 metros de arame. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

- (A) 4 m
- (B) 7 m
- (C) 11 m
- (D) 17 m
- (E) 28 m

14. Uma escola resolveu construir uma pista de corrida, formada por dois trechos retos de comprimento C e dois trechos semicirculares de raio igual a 10 metros, conforme indicado na figura (não se leva em conta a largura da pista).

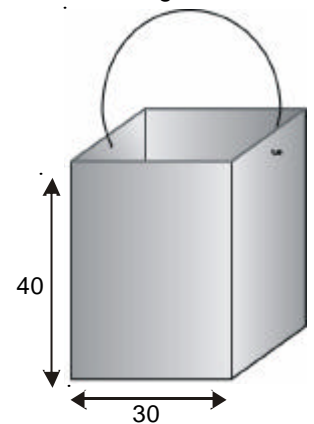


Os alunos da escola propuseram cinco valores para C : 20 m, 25 m, 30 m, 35 m e 40 m. Para qual desses valores de C a soma dos comprimentos dos trechos retos está mais próxima da soma dos comprimentos dos trechos semicirculares?

- (A) 20 m
- (B) 25 m
- (C) 30 m
- (D) 35 m
- (E) 40 m

15. Na casa de Manoel há uma caixa d'água vazia com capacidade de 2 metros cúbicos. Manoel vai encher a caixa trazendo água de um rio próximo, em uma lata cuja base é um quadrado de lado 30 cm e cuja altura é 40 cm, como na figura. No mínimo, quantas vezes Manoel precisará ir ao rio até encher completamente a caixa d'água?

- (A) 53
- (B) 54
- (C) 55
- (D) 56
- (E) 57

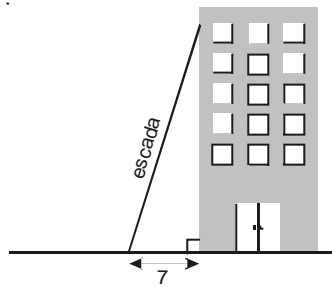


16. Partindo do mesmo ponto, Ana e Beatriz começam, ao mesmo tempo, uma corrida de bicicleta de ida e volta entre duas cidades distantes 150 km uma da outra. Ana e Beatriz mantêm velocidades constantes e Beatriz percorre, a cada hora, 10 km a mais que Ana. Beatriz completa o percurso de ida e inicia o de volta. Elas se cruzam no momento em que Beatriz completa 30 km no percurso de volta. Qual é a velocidade de Ana?

- (A) 5 km/h
- (B) 10 km/h
- (C) 15 km/h
- (D) 20 km/h
- (E) 25 km/h

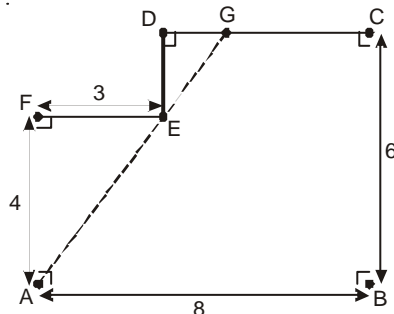
17. O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?

- (A) 4 m
- (B) 8 m
- (C) 9 m
- (D) 13 m
- (E) 15 m



18. A figura mostra um polígono ABCDEF no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto G está sobre o lado CD e sobre a reta que passa por A e E. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é o perímetro do polígono ABCG ?

- (A) 22 cm
- (B) 23 cm
- (C) 24 cm
- (D) 25 cm
- (E) 26 cm



19. Brasil e Argentina participam de um campeonato internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?

- (A) 1/8
- (B) 1/7
- (C) 1/6
- (D) 1/5
- (E) 1/4

20. Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

- (A) 1
- (B) 5
- (C) 11
- (D) 13
- (E) 16